

MUHANDISLIK

& IQTISODIYOT

ijtimoiy-iqtisodiy, innovatsion texnik,
fan va ta'limga oid ilmiy-amaliy jurnal

2026-YIL

OKTABR/ 10-SON, I-QISM



Milliy nashrlar

OAK: <https://oak.uz/pages/4802>

05.00.00 – Texnika fanlari

08.00.00 – Iqtisodiyot fanlar



Google
Scholar

ISSN INTERNATIONAL
STANDARD
SERIAL
NUMBER
INTERNATIONAL CENTRE

OpenAIRE



ISSN: 3060-463X

РЭУ.РФ
ИМЕНИ Г.В. ПЛЕХАНОВА
ТАШКЕНТСКИЙ ФИЛИАЛ



muhandislik & iqtisodiyot

ijtimoiy-iqtisodiy, innovatsion texnik,
fan va ta'limga oid ilmiy-amaliy jurnal

Elektron nashr, 2026-yil, oktabr.

Bosh muharrir:

Zokirova Nodira Kalandarovna, iqtisodiyot fanlari doktori, DSc, professor

Bosh muharrir o'rinbosari:

Shakarov Zafar G'afforovich, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori, PhD, dotsent

Tahrir hay'ati:

Abduraxmanov Kalendar Xodjayevich, O'z FA akademigi, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Sharipov Kongratbay Avezimbetovich, texnika fanlari doktori, professor

Maxkamov Baxtiyor Shuxratovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Abduraxmanova Gulnora Kalandarovna, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Shaumarov Said Sanatovich, texnika fanlari doktori, professor

Turayev Bahodir Xatamovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Nasimov Dilmurod Abdulloyevich, iqtisodiyot fanlari doktori (DSc), professor

Allayeva Gulchexra Jalgasovna, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Arabov Nurali Uralovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Maxmudov Odiljon Xolmirzayevich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Xamrayeva Sayyora Nasimovna, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Bobonazarova Jamila Xolmurodovna, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Irmatova Aziza Baxromovna, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Bo'taboyev Mahammadjon To'ychiyevich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Shamshiyeva Nargizaxon Nosirxuja kizi, iqtisodiyot fanlari doktori, professor,

Xolmuxamedov Muhsinjon Murodullayevich, iqtisodiyot fanlari nomzodi, dotsent

Xodjayeva Nodiraxon Abdurashidovna, iqtisodiyot fanlari nomzodi, dotsent

Amanov Otabek Amankulovich, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD), dotsent

Toxirov Jaloliddin Ochil o'g'li, texnika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)

Qurbonov Samandar Pulatovich, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)

Zikriyoyev Aziz Sadulloyevich, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)

Tabayev Azamat Zaripbayevich, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)

Sxay Lana Aleksandrovna, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD), dotsent

Ismoilova Gulnora Fayzullayevna, iqtisodiyot fanlari nomzodi, dotsent

Djumaniyazov Umrbek Ilxamovich, iqtisodiyot fanlari nomzodi, dotsent

Kasimova Nargiza Sabitdjanovna, iqtisodiyot fanlari nomzodi, dotsent

Kalanova Moxigul Baxritdinovna, dotsent

Ashurzoda Luiza Muxtarovna, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)

Sharipov Sardor Begmaxmat o'g'li, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)

Tursunov Ulug'bek Sativoldiyevich, iqtisodiyot fanlari doktori (DSc), dotsent

Bauyetdinov Majit Janizaqovich, Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti dotsenti, PhD

Botirov Bozorbek Musurmon o'g'li, Texnika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)

Sultonov Shavkatjon Abdullayevich, Kimyo fanlari doktori, (DSc)

Jo'raeva Malohat Muhammadovna, filologiya fanlari doktori (DSc), professor.

Yusupov Maxamadamin Abduxamidovich, iqtisodiyot fanlari nomzodi (DSc), professor

Kalonova Moxigul Baxritdinovna, iqtisodiyot fanlari nomzodi (PhD), dotsent

Mirzayev Kulmamat Djanzakovich, iqtisodiyot fanlari nomzodi (DSc), professor.

Karimova Nilufar Sadirdin qizi, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)

Norboyev Odil Abrayevich, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD), dotsent

Pardaev Umidjon Uralovich, iqtisodiyot fanlari doktori (DSc), professor

Xolmirzayev Ulug'bek Abdulazizovich, Iqtisodiyot fanlari doktori (DSc)

muhandislik & iqtisodiyot

ijtimoiy-iqtisodiy, innovatsion texnik,
fan va ta'limga oid ilmiy-amaliy jurnal

- 05.01.00 – Axborot texnologiyalari, boshqaruv va kompyuter grafikasi
- 05.01.01 – Muhandislik geometriyasi va kompyuter grafikasi. Audio va video texnologiyalari
- 05.01.02 – Tizimli tahlil, boshqaruv va axborotni qayta ishlash
- 05.01.03 – Informatikaning nazariy asoslari
- 05.01.04 – Hisoblash mashinalari, majmualari va kompyuter tarmoqlarining matematik va dasturiy ta'minoti
- 05.01.05 – Axborotlarni himoyalash usullari va tizimlari. Axborot xavfsizligi
- 05.01.06 – Hisoblash texnikasi va boshqaruv tizimlarining elementlari va qurilmalari
- 05.01.07 – Matematik modellash
- 05.01.11 – Raqamli texnologiyalar va sun'iy intellekt
- 05.02.00 – Mashinasozlik va mashinashunoslik
- 05.02.08 – Yer usti majmualari va uchish apparatlari
- 05.03.02 – Metrologiya va metrologiya ta'minoti
- 05.04.01 – Telekommunikatsiya va kompyuter tizimlari, telekommunikatsiya tarmoqlari va qurilmalari. Axborotlarni taqsimlash
- 05.05.03 – Yorug'lik texnikasi. Maxsus yoritish texnologiyasi
- 05.05.05 – Issiqlik texnikasining nazariy asoslari
- 05.05.06 – Qayta tiklanadigan energiya turlari asosidagi energiya qurilmalari
- 05.06.01 – To'qimachilik va yengil sanoat ishlab chiqarishlari materialshunosligi
- 05.08.03 – Temir yo'l transportini ishlatish
- 05.08.06 – "G'ildirakli va gusenisali mashinalar va ularni ishlatish" (texnika fanlari)
- 05.09.01 – Qurilish konstruksiyalari, bino va inshootlar
- 05.09.04 – Suv ta'minoti. Kanalizatsiya. Suv havzalarini muhofazalovchi qurilish tizimlari
- 10.00.06 – Qiyosiy adabiyotshunoslik, chog'ishtirma tilshunoslik va tarjimashunoslik
- 10.00.04 – Yevropa, Amerika va Avstraliya xalqlari tili va adabiyoti
- 08.00.01 – Iqtisodiyot nazariyasi
- 08.00.02 – Makroiqtisodiyot
- 08.00.03 – Sanoat iqtisodiyoti
- 08.00.04 – Qishloq xo'jaligi iqtisodiyoti
- 08.00.05 – Xizmat ko'rsatish tarmoqlari iqtisodiyoti
- 08.00.06 – Ekonometrika va statistika
- 08.00.07 – Moliya, pul muomalasi va kredit
- 08.00.08 – Buxgalteriya hisobi, iqtisodiy tahlil va audit
- 08.00.09 – Jahon iqtisodiyoti
- 08.00.10 – Demografiya. Mehnat iqtisodiyoti
- 08.00.11 – Marketing
- 08.00.12 – Mintaqaviy iqtisodiyot
- 08.00.13 – Menejment
- 08.00.14 – Iqtisodiyotda axborot tizimlari va texnologiyalari
- 08.00.15 – Tadbirkorlik va kichik biznes iqtisodiyoti
- 08.00.16 – Raqamli iqtisodiyot va xalqaro raqamli integratsiya
- 08.00.17 – Turizm va mehmonxona faoliyati

Ma'lumot uchun, OAK

Rayosatining 2024-yil 28-avgustdagi 360/5-son qarori bilan "Dissertatsiyalar asosiy ilmiy natijalarini chop etishga tavsiya etilgan milliy ilmiy nashrlar ro'yxati"ga texnika va iqtisodiyot fanlari bo'yicha "Muhandislik va iqtisodiyot" jurnali ro'yxatga kiritilgan.

Muassis: "Tadbirkor va ishbilarmon" MChJ

Hamkorlarimiz:

1. Toshkent shahridagi G.V.Plexanov nomidagi Rossiya iqtisodiyot universiteti
2. Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti
3. Toshkent irrigatsiya va qishloq xo'jaligini mexanizatsiyalash muhandislari instituti" milliy tadqiqot universiteti
4. Islom Karimov nomidagi Toshkent davlat texnika universiteti
5. Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti
6. Toshkent davlat transport universiteti
7. Toshkent arxitektura-qurilish universiteti
8. Toshkent kimyo-texnologiya universiteti
9. Jizzax politexnika instituti



MUNDARIJA

LEARNING TRAJECTORIES OF INCLUSIVE LEARNERS IN AN INTENSIVE PEER-TO-PEER LEARNING ENVIRONMENT: POOL-TO-MAIN-TRACK TRANSITION AND PERSISTENCE	9
Ibrojimova Nodira	
DON MAHSULOTLARI KORXONALARIDA RESURSLARDAN FOYDALANISH SAMARADORLIGINI BAHOLASH VA TAKOMILLASHTIRISH YO'LLARI	14
Aipova Iroda Ikramovna	
BOSHQARUV HISOBOTI SIFATINI BAHOLASH, ICHKI NAZORAT VA AUDIT MEXANIZMLARINI TAKOMILLASHTIRISH.....	18
Eshniyazova Yulduz Yuldashbayevna	
KONTREYLER TASHISHLARINI TASHKIL ETISHDA YUK OQIMLARINI TRANSPORT TARMOG'I BO'YICHA TAQSIMLASH.....	22
Yakupbayev Xamid, Myxamedova Ziyoda, Boboyev Diyor	
QUYOSH ENERGIYASI ASOSIDAGI NAMLANTIRISH-BUG'LANTIRISH USULIDAGI CHUCHUKLASHTIRISH TEXNOLOGIYALARI: TIZIM VA KOMPONENT DARAJASIDAGI INNOVATSIYALARNING TAHLILIIY SHARHI.	28
G'afurova Marjona Tolib qizi	
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЙ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА ПРИ ОЦЕНКЕ КРЕДИТНОГО РИСКА В КОММЕРЧЕСКИХ БАНКАХ	34
Джуманиязов Икрам Каримбаевич	
BANK RISKLARINI BOSHQARISHDA INTELLEKTUAL TEXNOLOGIYALAR: XORIJIY TAJRIBA VA O'ZBEKISTONDA BARQAROR MOLIYAVIY RIVOJLANISH UCHUN YO'NALISHLAR	40
Mirsoatov Alisher Qudratullayevich	
ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ПОЛУЧЕНИЯ ГЛАСПИРИНА.....	48
Р. К. Каримов, С. С. Саидов, Ф. Ахмедова	
O'ZBEKISTONDA VALYUTA SIYOSATI ORQALI IQTISODIY RIVOJLANISHNI TA'MINLASH TIZIMINI TAKOMILLASHTIRISH YO'LLARI.....	53
Norbaeva Muxlisa Akram qizi	
MARKAZLASHTIRILGAN KAPITAL QO'YILMALAR HISOBIGA MOLIYALASHTIRILADIGAN QURILISH OBYEKTLARIDA XARAJATLAR TARKIBINING DINAMIK TAHLILI.....	63
Bozorov Bobur Haqberdiyevich	
"TUMSHUKTAU" KONI TEXNOLOGIK NAMUNASINI SORBSION SIANLASH ORQALI QIMMATBAHO METALLAR AJRATIB OLISH DARAJASINI TADQIQ QILISH.....	70
Xolmurodov Feruzjon, Raupov Subhonjon	
KONSALTING KOMPANIYALARIDA RAQAMLI TRANSFORMATSIYA JARAYONLARINI STRATEGIK BOSHQARISH MEXANIZMLARINI TAKOMILLASHTIRISH.....	75
Ermamatova Shohsanam Ermamat qizi	
РОЛЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ В РАЗВИТИИ ЦИФРОВОЙ ЭКОНОМИКИ: ОПЫТ УЗБЕКИСТАНА ..	81
Абдураимова Нилуфар Хусеновна	
FACTORS INFLUENCING CUSTOMER TRUST AND BRAND PERCEPTION IN INSURANCE COMPANIES: PERSONAL EXPERIENCE, BORROWED EXPERIENCE AND THE ASYMMETRY OF THE CLAIM	87
Ibragimova Maftunakhon Shukhratjon kizi	
TIBBIY BOG'LOV MATERIALLARI ISHLAB CHIQRISH JARAYONIDA HOSIL BO'LADIGAN OQOVA SUVLAR VA ULARNI TOZALASH IMKONIYATLARI	94
Abdullayeva D.K., Bozorboyeva L.U.	
O'ZBEKISTONDA ONKOLOGIK KASALLIKLAR BILAN KASALLANISHNING BOLALAR STATISTIK TAHLILI	98
Yakubov Maksadxan, To'ychiyeva Dilnavozxon	



ORTOTROP PARALLELEPIPED MASALASINI DEFORMATSIYA NAZARIYASI ASOSIDA SONLI YECHISH103
Yusupov Yusufbay, Yusupova Nazokat



ORTOTROP PARALLELEPIPED MASALASINI DEFORMATSIYA NAZARIYASI ASOSIDA SONLI YECHISH

Yusupov Yusufbay Saidjonovich

Toshkent Kimyo xalqaro universiteti Amaliy informatika kafedrası dotsenti, PhD

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9540-9890>

Yusupova Nazokat Baxtiyorjon qizi

O'zbekiston davlat jahon tillari universiteti akademik litseyi,

aniq fanlar kafedrası informatika o'qituvchisi

Annotatsiya. Maqolada ortotrop parallelepiped uchun fazoviy elastiklik masalasini chekli ayirmalar usuli bilan sonli yechish va hosil bo'ladigan iteratsion jarayonning yaqinlashishi tadqiq etilgan. Masala o'ng tomonlari koordinatalarga va noma'lum ko'chishlarga bog'liq bo'lishi mumkin bo'lgan (umumiy holda chiziqli bo'lmagan) bir jinsli bo'lmagan Lamé tenglamalari sistemasi ko'rinishida qo'yilgan; bunday umumiy yozuv boshqa fizik omillarni hisobga oluvchi algoritim va samarali dastur yaratishga imkon beradi. Yechim barqarorlashtirish usuli asosida izlanadi: masala fiktiv vaqt bo'yicha evolyutsion ko'rinishga keltirilib, o'zgaruvchi yo'nalishlar usulining uch bosqichli varianti qo'llanadi, har bir bosqichda hosil bo'ladigan uch diagonalli algebraik tenglamalar sistemalari skalyar progonga usuli bilan yechiladi. Chiziqlantirishning Pikar va Nyuton usullarini tanlash hamda oshkor, oshkormas va simmetrik ayirmali sxemalarning kombinatsiyasini amalga oshirish imkonini beruvchi parametr va matritsali koeffitsiyentlar kiritilgan. Iteratsion jarayonning yaqinlashish tezligiga ta'sir etuvchi omillar - ayirmali sxema turi, iteratsion parametr va boshlang'ich yaqinlashish - tahlil qilingan. Usul ortotrop to'g'ri burchakli prizmaning siqilishi haqidagi test masalasida sinovdan o'tkazilgan: o'rta sirtidagi o'rtacha kuchlanishni tashkil etib, material qarshiligi formulasi bo'yicha topilgan aniq qiymatdan atigi 0.001 ga farq qildi (Ritz variatsion usulida, mutlaq xatolik), bunda iteratsiyalar soni 2 ga teng bo'ldi. O'rta sirt bilan natija aniq yechimga monoton yaqinlashishi ko'rsatilgan. Hisoblashlar C# dasturlash tilida yaratilgan dastur yordamida bajarilgan.

Kalit so'zlar: ortotrop jism; Lamé tenglamalari; chekli ayirmalar usuli; barqarorlashtirish usuli; o'zgaruvchi yo'nalishlar usuli; progonga usuli; Pikar va Nyuton chiziqlantirishi; iteratsion jarayonning yaqinlashishi.

Abstract. The article investigates the numerical solution of a spatial elasticity problem for an orthotropic parallelepiped using the finite difference method and the convergence of the resulting iterative process. The problem is formulated as a nonhomogeneous system of Lamé equations whose right-hand sides may depend on the coordinates and unknown displacements (and may be nonlinear in the general case); such a general formulation makes it possible to develop an algorithm and an efficient program that take other physical factors into account. The solution is sought using the stabilization method: the problem is transformed into an evolutionary form with respect to fictitious time, a three-stage variant of the alternating direction method is applied, and the tridiagonal systems of algebraic equations arising at each stage are solved by the scalar sweep method. A parameter and matrix coefficients are introduced to enable the selection of Picard and Newton linearization methods and the implementation of $3^3 = 27$ combinations of explicit, implicit, and symmetric finite-difference schemes. The factors affecting the convergence rate of the iterative process - the type of difference scheme, the iteration parameter τ , and the initial approximation - are analyzed. The method is tested on the compression problem of an orthotropic rectangular prism: the mean stress on the mid-surface is, differing by only 0.001 from the exact value of -50.6 obtained from the strength-of-materials formula (the Ritz variational method gives -56.7, with an absolute error of 6.1), while the number of iterations is $k = 2$. It is shown that, as τ increases, the result monotonically approaches the exact solution. The calculations were performed using a program developed in the C# programming language.

Keywords: orthotropic body; Lamé equations; finite difference method; stabilization method; alternating direction method; sweep method; Picard and Newton linearization; convergence of the iterative process.

Аннотация. В статье исследованы численное решение пространственной задачи упругости для ортотропного параллелепипеда методом конечных разностей и сходимость возникающего итерационного процесса. Задача поставлена в виде неоднородной системы уравнений Ламе, правые части которой могут зависеть от координат и неизвестных перемещений (в общем случае быть нелинейными); такая общая запись позволяет создать алгоритм и эффективную программу, учитывающие другие физические факторы. Решение ищется на основе метода установления: задача приводится к эволюционной форме по фиктивному времени, применяется трёхэтапный вариант метода переменных направлений, а возникающие на каждом этапе трёхдиагональные системы алгебраических уравнений решаются методом скалярной прогонки. Введены параметр и матричные

коэффициенты, позволяющие выбирать методы линеаризации Пикара и Ньютона, а также реализовать $3^3 = 27$ комбинаций явных, неявных и симметричных разностных схем. Проанализированы факторы, влияющие на скорость сходимости итерационного процесса, - тип разностной схемы, итерационный параметр τ и начальное приближение. Метод апробирован на тестовой задаче о сжатии ортотропной прямоугольной призмы: среднее напряжение на средней поверхности составило и отличалось от точного значения $-50,6$, найденного по формуле сопротивления материалов, всего на $0,001$ (при вариационном методе Ритца $-56,7$, абсолютная погрешность $6,1$), при этом число итераций составило $k = 2$. Показано, что с увеличением τ результат монотонно приближается к точному решению. Расчёты выполнены с помощью программы, разработанной на языке программирования C#.

Ключевые слова: ортотропное тело; уравнения Ламе; метод конечных разностей; метод установления; метод переменных направлений; метод прогонки; линеаризация Пикара и Ньютона; сходимость итерационного процесса.

KIRISH

Ortotrop materiallar, ya'ni o'zaro perpendikulyar uchta elastik simmetriya tekisligiga ega jismlar (kompozitsion materiallar, qatlamli plastiklar, yog'och, armaturalangan konstruksiyalar) zamonaviy texnikada keng qo'llaniladi. Uch o'lchamli holda bunday jismning elastik xossalari to'qqizta mustaqil doimiy bilan tavsiflanadi [5]. Fazoviy masalalarning analitik yechimlari faqat sodda geometriya va chegaraviy shartlar uchun mavjud bo'lgani sababli, sonli usullar (variatsion-ayirmali usullar, chekli ayirmalar va chekli elementlar usullari) asosiy tadqiqot vositasi hisoblanadi.

Matematik nuqtayi nazardan bunday masala xususiy hosilali Lamé tenglamalari chiziqli sistemasini yechishga keladi va variatsion-ayirmali usullar bilan ko'plab mualliflar tomonidan yechilgan [1, 2]. Ortotrop prizmaning siqilishi masalasi L. Ye. Maltsev tomonidan Ritz variatsion usuli bilan tekshirilgan [3, 10]. Ushbu ishda masala nochiziqlikni hisobga olgan holda umumlashtiriladi va uni yechish uchun o'zgaruvchi yo'nalishlar usuli (O'YU) asosidagi iteratsion usul [4, 11-14] amalga oshiriladi. O'YU g'oyasi Peaceman-Rachford [6] va Douglas [7] ishlarida taklif etilgan, ko'p o'lchamli masalani ketma-ket bir o'lchamli masalalarga keltiruvchi kasr qadamlar usuli esa N. N. Yanenko tomonidan rivojlantirilgan [8]; barqarorlashtirish usuli va tarmoq tenglamalarini yechish usullari [4] da bayon etilgan.

Ishning maqsadi - ortotrop parallelepiped uchun fazoviy masalani sonli yechishning nochiziqli hadlarni ham qamrab oluvchi algoritmini ishlab chiqish va iteratsion jarayon yaqinlashishiga ta'sir etuvchi omillarni test masalasida tekshirishdir. Ishning asosiy natijalari: (i) tenglamalarning umumiy nochiziqli yozuvi va uning uchun uch bosqichli O'YU sxemasi; (ii) matritsali koeffitsiyentlar yordamida ayirmali sxemalarning 27 ta variantini bitta algoritim doirasida amalga oshirish; (iii) chiziqlantirishning Pikar va Nyuton usullaridan birini parametr orqali tanlash; (iv) ortotrop prizmaning siqilishi masalasida aniq yechim bilan taqqoslash va iteratsion parametrning ta'sirini o'rganish.

MAVZUGA OID ADABIYOTLAR SHARHI

Ortotrop jismlar, ya'ni o'zaro perpendikulyar uchta elastik simmetriya tekisligiga ega muhitlar nazariyasining fundamental asoslari S. G. Leksniyskiyning klassik monografiyasida bayon etilgan [5]: uch o'lchamli holda bunday jismning kuchlanish-deformatsiya holati to'qqizta mustaqil elastiklik doimiysi bilan to'liq tavsiflanadi, bu esa izotrop muhitga nisbatan masalani sezilarli darajada murakkablashtiradi va kompozitsion materiallar, qatlamli plastiklar, yog'och kabi muhandislik materiallari uchun maxsus hisoblash usullarini ishlab chiqishni taqozo etadi.

Fazoviy (uch o'lchovli) elastiklik nazariyasi masalalarining aniq analitik yechimlari faqat sodda geometrik shakllar va chegaraviy shartlar uchun mavjud bo'lgani sababli, amaliyotda sonli usullar - variatsion-ayirmali, chekli ayirmalar va chekli elementlar usullari - asosiy tadqiqot vositasi hisoblanadi. Variatsion-ayirmali yondashuvning fazoviy elastiklik va termoelastiklik masalalariga tatbiqi, jumladan, B. Ye. Pobedryaning umumlashtiruvchi ishida [1] hamda A. I. Tsaplinning fazoviy termoelastiklik masalasiga bag'ishlangan tadqiqotida [2] keng yoritilgan; bu ishlar ko'p sonli mualliflar tomonidan rivojlantirilgan yondashuvlar sirasiga kiradi va tekshirilayotgan masalaning umumiy uslubiy kontekstini tashkil etadi.

Ortotrop to'g'ri burchakli prizmaning siqilishi haqidagi test masala - ushbu ishda qo'llanilgan sonli usulni sinovdan o'tkazish uchun tanlangan masala - ilgari L. Ye. Maltsev tomonidan Ritz variatsion usuli bilan tekshirilgan [3]. Variatsion usullarning umumiy xususiyati sifatida ularning aniqligi tanlangan bazis funksiyalar sistemasiga sezilarli darajada bog'liqligini qayd etish lozim; xususan, quyida (8-bo'lim) ko'rsatilganidek, Maltsev natijasining material qarshiligi formulasi bo'yicha aniq yechimdan chetlanishi taxminan 12 % ni tashkil etadi. Bu holat ortotrop fazoviy masalalar uchun yuqori aniqlikka ega muqobil sonli usullarni ishlab chiqish zaruratini asoslaydi.

O'zgaruvchi yo'nalishlar usuli (O'YU) g'oyasi dastlab D. W. Peaceman va H. H. Rachfordning parabolik va elliptik differensial tenglamalarni sonli yechishga bag'ishlangan klassik ishida [6], shuningdek, J. Douglasning



oshkormas usullar bo'yicha tadqiqotida [7] shakllantirilgan. Ko'p o'lchamli masalani ketma-ket bir o'lchamli (shu bilan birga samarali uch diagonalli algebraik tizimlarga keltiriluvchi) masalalar zanjiriga ajratuvchi kasr qadamlar usuli N. N. Yanenko tomonidan nazariy jihatdan umumlashtirilib, keng sinf masalalarga tatbiq etilgan [8]. Ayirmali sxemalarning approksimatsiya, turg'unlik va yaqinlashish nazariyasi, shuningdek, tarmoq (setka) tenglamalarini yechishning samarali usullari A. A. Samarskiy va Ye. S. Nikolaevning monografiyasida [4] hamda A. A. Samarskiyning "Ayirmali sxemalar nazariyasi" asarida [9] sistemali bayon etilgan; xususan, uch diagonalli tizimlarni yechishning skalyar progonka (Tomas algoritmi) usuli va uning turg'unligini ta'minlovchi diagonal ustunlik sharti aynan shu ishlarga asoslanadi.

Mualliflarning o'zlarining ilgari olib borgan tadqiqotlari [10-14] bog'liq (coupled) termoelastiklik va termoplastiklik masalalarini, jumladan, nochiziqli va dinamik qo'yilishdagi masalalarni, o'zgaruvchi yo'nalishlar va ayirmali sxemalar asosida sonli yechishga bag'ishlangan. Xususan, [10]da ikki o'lchamli bog'liq termoplastik masalalarning sonli yechimi, [11-13]da termoelastiklik va termoplastiklikning konstitutiv munosabatlari va ularning sonli modellashirilishi, [14]da esa bog'liq dinamik termoplastik masalaning matematik va sonli modeli ko'rib chiqilgan. Ushbu sikldagi ishlar mualliflar jamoasining nochiziqli va ko'p fizik omilli masalalarni O'YU va progonka usullari asosida yechish bo'yicha uzviy ilmiy-uslubiy tajribasini tashkil etadi va ko'rib chiqilayotgan maqola aynan shu tajribaning ortotrop fazoviy elastiklik masalasiga tabiiy davomi va kengaytmasi hisoblanadi.

Yuqorida keltirilgan adabiyotlar tahlili shuni ko'rsatadiki, bir tomondan, ortotrop jismlar uchun fazoviy masalalar mavjud ishlarda asosan chiziqli qo'yilishda va nisbatan past aniqlikka ega variatsion usullar bilan yechilgan [3], ikkinchi tomondan, O'YU va progonka usullariga asoslangan yuqori aniqlikdagi sonli yondashuvlar [4, 6-9] ko'pincha izotrop yoki ikki o'lchamli masalalar doirasida qo'llanilgan, o'ng tomonlari ko'chishlarga bog'liq bo'lgan umumiy nochiziqli uch o'lchamli Lamé tenglamalari uchun esa turli ayirmali sxemalar (oshkor, oshkormas, simmetrik) va chiziqlantirish usullarini (Pikar, Nyuton) yagona moslashuvchan algoritm doirasida birlashtirish masalasi yetarlicha o'rganilmagan. Ushbu ish aynan shu bo'shliqni to'ldirishga - ortotrop parallelepiped uchun umumlashtirilgan nochiziqli masalani yechuvchi hamda 27 ta sxema-chiziqlantirish kombinatsiyasini yagona algoritm va dastur doirasida amalga oshiruvchi universal yondashuvni ishlab chiqishga - qaratilgan.

TADQIQOT METODOLOGIYASI

Tadqiqot metodologiyasi bir-biriga uzviy bog'liq bo'lgan quyidagi bosqichlarni o'z ichiga oladi: (1) masalani koordinatalar va noma'lum ko'chishlarga bog'liq bo'lishi mumkin bo'lgan umumlashtirilgan (nochiziqli) Lamé tenglamalari sistemasini ko'rinishida qo'yish; (2) barqarorlashtirish (o'rnatish) usuli yordamida statsionar elliptik masalani fiktiv vaqt bo'yicha evolyutsion masalaga keltirish; (3) fazoviy o'zgaruvchilar bo'yicha ayirmali diskretlashtirish; (4) o'zgaruvchi yo'nalishlar usulining uch bosqichli sxemasi asosida vaqt (iteratsiya) bo'yicha diskretlashtirish; (5) nochiziqli hadlarni Pikar yoki Nyuton usuli bilan chiziqlantirish; (6) har bir bosqichda hosil bo'lgan uch diagonalli chiziqli tizimlarni skalyar progonka usuli bilan yechish; (7) berilgan mezon asosida iteratsion jarayonni to'xtatish; (8) test masalada natijalarni aniq yechim va muqobil (Ritz) usul natijasi bilan taqqoslash orqali usulni verifikatsiya qilish.

Masalaning matematik qo'yilishi. Tadqiqot obyekti - Oxyz to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida parallelepiped shaklidagi elastik ortotrop jism bo'lib, uning muvozanati (1) umumlashtirilgan Lamé tenglamalari sistemasini bilan tavsiflanadi. $K_{11}, \dots, K_{35}$ koeffitsiyentlar orqali istalgan ortotrop (xususiy holda - izotrop) muhitni tavsiflash, o'ng tomonlar f_k ni esa koordinatalar va noma'lum U, V, W ko'chishlarning umuman nochiziqli funksiyasi sifatida kiritish tenglamalarning umumiylikini ta'minlaydi; bu, muallif ta'kidlaganidek, kelgusida boshqa fizik omillarni (harorat, plastik deformatsiya va h.k.) hisobga oluvchi algoritm va dasturlarni yaratish uchun qulay asos bo'lib xizmat qiladi. Chegaraviy shartlar (2) ko'chishlar berilgan Dirixle turida qo'yilgan.

Yechimni qidirish strategiyasi - barqarorlashtirish usuli. Qo'yilgan statsionar (elliptik) chegaraviy masalani bevosita yechish o'rniga, (1) tenglamalarga $B \cdot \partial U / \partial t$ ko'rinishdagi fiktiv vaqt bo'yicha hosilalar qo'shiladi va natijada (6)-(7) evolyutsion masala hosil qilinadi. Bu - A. A. Samarskiy va Ye. S. Nikolaev tomonidan asoslangan [4] klassik barqarorlashtirish (o'rnatish) usuli bo'lib, uning metodologik afzalligi shundaki, u murakkab, jumladan, nochiziqli va bir-biriga bog'liq tenglamalar tizimlari uchun ham yagona iterativ hisoblash sxemasini qurish imkonini beradi: statsionar yechim $t \rightarrow \infty$ dagi evolyutsion jarayon limiti sifatida topiladi.

Fazoviy diskretlashtirish. Ω sohada (9) ko'rinishdagi tekis tarmoq kiritiladi. Uzluksiz hosilalar (10) formulalar yordamida ayirmali analoglar bilan almashtiriladi: x, y, z bo'yicha ikkinchi tartibli hosilalar markaziy ayirmalar bilan $O(h^2)$ aniqlikda, aralash hosilalar esa bir tomonlama ayirmalar bilan $O(h)$ aniqlikda approksimatsiya qilinadi. Bu - ayirmali sxemalar nazariyasida [4, 9] qabul qilingan standart approksimatsiya uslubi.

Chiziqlantirish usullari. $f_k(x, y, z, U, V, W)$ tarkibidagi nochiziqli hadlarni chiziqlantirish uchun Pikar ($\mu_k = 0$, nochiziqli had oldingi iteratsion qatlamlardan olinadi) va Nyuton ($\mu_k = 1$, Teylor qatorining birinchi tartibli hadi bilan chiziqlantirish) usullaridan foydalaniladi; usul tanlovi yagona μ_k parametr orqali amalga oshiriladi, bu esa ikkala

klassik chiziqlantirish strategiyasini bitta algoritim doirasida sinash imkonini beradi.

Ayirmali sxema turini tanlash va o'zgaruvchi yo'nalishlar usuli. Oshkor, oshkormas va simmetrik ayirmali sxemalar orasidan tanlov μ^u, μ^v, μ^w matritsali koeffitsiyentlar yordamida amalga oshiriladi; har bir tenglama uchun uchta sxema variantidan birini mustaqil tanlash mumkinligi sababli, jami $3^3 = 27$ ta kombinatsiya hosil bo'ladi. Hisoblash jarayonining o'zi o'zgaruvchi yo'nalishlar usulining uch bosqichli sxemasi (11)-(13) asosida tashkil etiladi: har bir iteratsion qatlamda masala ketma-ket x ($n + 1/3$ qatlam), y ($n + 2/3$ qatlam) va z ($n + 1$ qatlam) yo'nalishlari bo'yicha bir o'lchamli pastki masalalarga ajratiladi - bu Peaceman-Rachford [6], Douglas [7] va Yanenko [8] tomonidan asoslangan kasr qadamlar g'oyasining amaliy tatbiqidir.

Chiziqli tizimlarni yechish usuli. Har bir bosqichda hosil bo'ladigan uch diagonalli algebraik tizimlar (17)-(19) skalyar progonka (Tomas algoritmi) usuli bilan yechiladi. Progonka koeffitsiyentlari (14)-(16) formulalar orqali hisoblanadi; diagonal ustunlik sharti bajarilganda (xususan, test masaladagidek $f_k = 0$ bo'lganda), progonka usulining to'g'ri va turg'un ishlashi [4, 9] asosida kafolatlanadi.

Iteratsion jarayonni to'xtatish mezon. Hisoblash jarayoni ketma-ket ikki iteratsion qatlam orasidagi U, V, W funksiyalarning maksimal farqi oldindan berilgan kichik ε sonidan kam bo'lguncha (24) davom ettiriladi; bu shart bajarilganda olingan qiymatlar asl (1)-(2) masalaning ayirmali yechimi sifatida qabul qilinadi.

Usulni eksperimental tekshirish (verifikatsiya) metodikasi. Ishlab chiqilgan algoritimning to'g'riligi va samaradorligi ortotrop to'g'ri burchakli prizmaning siqilishi haqidagi test masalada tekshirildi, bunda elastiklik koeffitsiyentlari [3] dan olingan real qiymatlarga ega. Natijalarni baholash ikki mustaqil mezon bo'yicha amalga oshirildi: (a) o'rta sirtidagi o'rtacha kuchlanishning material qarshiligi formulasi bo'yicha hisoblangan aniq qiymat bilan mutlaq va nisbiy xatolik darajasida taqqoslanishi; (b) L. Ye. Maltsevning Ritz variatsion usuli bilan olingan natijasi [3] bilan solishtirish. Bundan tashqari, usulning turg'unligi va yaqinlashish xususiyatlarini chuqurroq o'rganish maqsadida boshlang'ich yaqinlashish ($U = V = W = 0$) saqlangan holda iteratsion parametr τ ning 1 dan 10^4 gacha bo'lgan qiymatlarida qo'shimcha hisoblash seriyasi o'tkazildi.

Dasturiy-texnik ta'minot. Yuqorida tavsiflangan barcha algoritmlar (barqarorlashtirish, uch bosqichli O'YU, 27 ta sxema-chiziqlantirish kombinatsiyasi, skalyar progonka) C# dasturlash tilida yaratilgan mustaqil dastur vositasida amalga oshirildi. Bunday dasturiy yondashuv turli sxema, chiziqlantirish usuli va iteratsion parametr kombinatsiyalarini tezkor va avtomatlashtirilgan tarzda sinash, shuningdek, olingan natijalarni o'zaro hamda adabiyotdagi ma'lumotlar bilan taqqoslashni ta'minladi.

Masalaning qo'yilishi

Elastik ortotrop jism Oxyz to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida $\Omega = \{0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq c\}$ parallelepiped shaklida bo'lsin va tashqi yuklar ta'sirida bo'lsin. Ko'chish vektorining Ox, Oy, Oz o'qlari bo'ylab yo'nalgan komponentlarini mos ravishda $U(x,y,z), V(x,y,z), W(x,y,z)$ bilan belgilaymiz. Bu komponentlarni jism ichida aniqlash uchun Lamé tenglamalari sistemasining [3] eng umumiy, bir jinsli bo'lmagan ko'rinishidan foydalanamiz:

$$\begin{aligned} K_{11} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + K_{12} \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + K_{13} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + K_{14} \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} + K_{15} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} &= f_1, \\ K_{21} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + K_{22} \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + K_{23} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + K_{24} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + K_{25} \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} &= f_2, \\ K_{31} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + K_{32} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + K_{33} \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + K_{34} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} + K_{35} \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} &= f_3, \end{aligned} \quad (1)$$

bu yerda $K_{11}, K_{12}, \dots, K_{35}$ — tekshirilayotgan jismning elastiklik doimiylari; f_k ($k=1,2,3$) — o'z argumentlari bo'yicha uzluksiz funksiyalar bo'lib, umumiy holda $f_k = f_k(x,y,z,U,V,W)$ ko'rinishida, ya'ni chiziqli emas.

Ω sohaning chegarasida chegaraviy shartlar (ko'chishlar berilgan holda) quyidagi ko'rinishga ega:

$$\begin{aligned} U, V, W|_{x=0} &= \varphi_i, \quad U, V, W|_{x=a} = \varphi_{i+3}, \quad U, V, W|_{y=0} = \varphi_{i+6} \\ U, V, W|_{y=b} &= \varphi_{i+9}, \quad U, V, W|_{z=0} = \varphi_{i+12}, \quad U, V, W|_{z=c} = \varphi \end{aligned} \quad (2)$$

bu yerda φ_i — uzluksiz funksiyalar, $i=1,2,3$ indeksi mos ravishda U, V, W komponentlarga mos keladi.

Xususan, koeffitsiyentlar

$$\begin{aligned} K_{11} &= A_{11}; \quad K_{12} = K_{21} = A_{66}; \quad K_{13} = K_{31} = A_{55}; \\ K_{14} &= K_{24} = A_{12} + A_{66}; \quad K_{15} = K_{34} = A_{13} + A_{55}; \\ K_{22} &= A_{22}; \quad K_{23} = K_{32} = A_{44}; \quad K_{25} = K_{35} = A_{23} + A_{44}; \end{aligned} \quad (3)$$

va (1) tenglamalarning o'ng tomonlari

$$f_1 = f_2 = f_3 = 0 \quad (4)$$

bo'lganda ortotrop jism uchun [3] dagi masalaning tenglamalari hosil bo'ladi; bu yerda $A_{11}, A_{12}, \dots, A_{66}$ — ortotrop jismning elastiklik doimiylari. Qulaylik uchun (1) da quyidagi belgilashni kiritamiz:



$$L_i = K_{i1} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + K_{i2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + K_{i3} \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (i = 1, 2, 3). \quad (5)$$

Xususan, barcha $K_{ij}=1$ bo'lganda L_i operator Laplas operatori Δ ga aylanadi.

Barqarorlashtirish usuli

(1)–(2) masalani sonli yechish uchun barqarorlashtirish (o'rnatish) iteratsion usuli [4] qo'llaniladi. Buning uchun (1) tenglamalarga mos ravishda $B \partial U / \partial t$, $B \partial V / \partial t$ va $B \partial W / \partial t$ hadlarni qo'shamiz; bu yerda t - fiktiv (iteratsion) vaqt, B - o'tish operatori. U holda quyidagi evolyutsion tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi:

$$\begin{aligned} B \frac{\partial U}{\partial t} &= L_1 U + K_{14} \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} + K_{15} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} - f_1, \\ B \frac{\partial V}{\partial t} &= L_2 V + K_{24} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + K_{25} \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} - f_2, \\ B \frac{\partial W}{\partial t} &= L_3 W + K_{34} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} + K_{35} \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} - f_3, \end{aligned} \quad (6)$$

buning uchun $t=0$ da qo'shimcha boshlang'ich shartlar talab etiladi:

$$U, V, W|_{t=0} = \psi_k(x, y, z) \quad (k = 1, 2, 3), \quad (7)$$

bu yerda $\psi_k(x, y, z)$ — boshlang'ich yaqinlashishni beruvchi ixtiyoriy, yetarlicha silliq funksiyalar. Amalda boshlang'ich yaqinlashish sifatida ko'pincha nol yechim $U=V=W=0$ tanlanadi. t o'zgaruvchi bo'yicha hisoblash

$$B \frac{\partial U}{\partial t} \rightarrow 0, \quad B \frac{\partial V}{\partial t} \rightarrow 0, \quad B \frac{\partial W}{\partial t} \rightarrow 0 \quad (t \rightarrow \infty) \quad (8)$$

shart bajarilguncha davom ettiriladi. Statsionar holatda (6) sistema (1) ga o'tgani uchun, bu shart bajarilganda (2), (6)–(7) masalaning yechimi (1)–(2) masalaning izlanayotgan yechimi sifatida qabul qilinadi. Shu tariqa (1)–(2) elliptik tipdagi masalaning yechimi (6)–(7) evolyutsion masala yechimining $t \rightarrow \infty$ dagi limiti sifatida topiladi.

Iteratsion jarayonning yaqinlashish tezligiga bir nechta omillar ta'sir qiladi: ayirmali sxemaning approksimatsiya tartibi, iteratsion parametr τ (t bo'yicha qadam), ayirmali sxemalar turi (oshkor, oshkormas yoki simmetrik), Pikar va Nyuton bo'yicha chiziqlantirish usullari hamda boshlang'ich yaqinlashishni tanlash [4]. Bu omillarning rolini qo'yilgan (1)–(2) masala misolida batafsil o'rganish uchun tarmoqli sohaga o'tamiz.

Masalaning ayirmali approksimatsiyasi

Ω sohada quyidagi tekis tarmoqni kiritamiz:

$$\Omega_h = \{x_i = (i-1)h_1, y_j = (j-1)h_2, z_k = (k-1)h_3\}, \quad (9)$$

bu yerda $h_1=a/(n_1-1)$, $h_2=b/(n_2-1)$, $h_3=c/(n_3-1)$, $i=\overline{1, n_1}$, $j=\overline{1, n_2}$, $k=\overline{1, n_3}$. (2), (6)–(7) masalaning barcha hadlarini approksimatsiya qilib va O'YU ni qo'llab, (6) sistemaning har bir tenglamasini alohida ko'rib chiqamiz. Uzlusiz masaladan diskret masalaga o'tish quyidagi almashtirishlar yordamida amalga oshiriladi:

$$\begin{aligned} U(x_i, y_j, z_k) &= U_{ijk}; \quad \frac{\partial U}{\partial x} \approx \delta_x^h U = \frac{U_{i+1,j,k} - U_{ijk}}{h_1}; \quad \frac{\partial U}{\partial y} \approx \delta_y^h \\ \frac{\partial U}{\partial z} &\approx \delta_z^h U = \frac{U_{i,j,k+1} - U_{ijk}}{h_3}; \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \approx \delta_{xx}^h U = \frac{U_{i+1,j,k} - 2U_{ijk} + U_{i-1,j,k}}{h_1^2} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} &\approx \delta_{xy}^h U = \frac{U_{i+1,j+1,k} - U_{i+1,j,k} - U_{ijk} + U_{i,j+1,k}}{h_1 h_2}; \\ \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} &\approx \delta_{xz}^h U = \frac{U_{i+1,j,k+1} - U_{i+1,j,k} - U_{ijk} + U_{i,j,k-1}}{h_1 h_3}; \\ \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} &\approx \delta_{yz}^h U = \frac{U_{i,j+1,k+1} - U_{i,j+1,k} - U_{ijk} + U_{i,j,k-1}}{h_2 h_3}. \end{aligned} \quad (10)$$

Bunda x, y, z bo'yicha ikkinchi tartibli hosilalar markaziy ayirmalar bilan $O(h^2)$ aniqlikda, aralash hosilalar esa bir tomonlama ayirmalar bilan $O(h)$ aniqlikda approksimatsiya qilinadi ($h=\max(h_1, h_2, h_3)$). V va W funksiyalar uchun ham xuddi shunday almashtirishlar o'rinni.

Chiziqlantirish va ayirmali sxemalar turini tanlash $f_k(x, y, z, U, V, W)$ tarkibidagi chiziqli bo'lmagan hadlarni chiziqlantirish uchun Pikar va Nyuton usullari taklif etiladi. Bu usullardan birini tanlash μ_k ($k=1, 2, 3$) parametr yordamida tashkil etiladi: $\mu_k=0$ bo'lganda nochiziqli had oldingi iteratsion qatlamdan olinadi (Pikar usuli), $\mu_k=1$ bo'lganda esa Teylor qatorining birinchi tartibli hadi bilan chiziqlantiriladi (Nyuton usuli). Shu bilan birga turli ayirmali sxemalar bo'yicha hisoblash imkoniyati μ_k^j ($k, j=\overline{1, 3}$) matritsali koeffitsiyent orqali hisobga olinadi. Ayirmali tenglamalarda U, V va W bo'yicha tenglamalar uchun mos ravishda μ_j^u , μ_j^v va μ_j^w matritsali koeffitsiyentlar kiritilgan. U bo'yicha bitta tenglama uchun quyidagi variantlar mavjud:

$$\mu^u = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{a)}$$

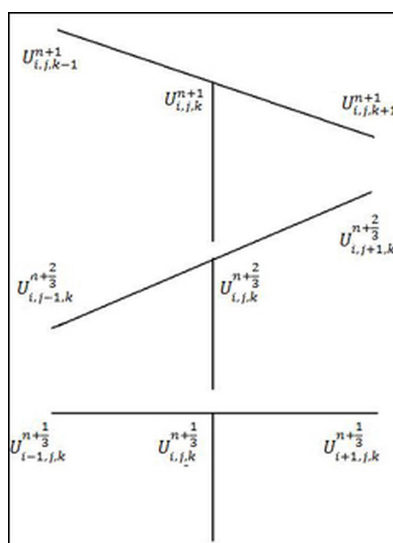
$$\mu^u = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{pmatrix} \quad \text{b)}$$

$$\mu^u = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{d)}$$

mos ravishda oshkormas (a), simmetrik (b) va oshkor (d) sxemalar uchun. V va W bo'yicha tenglamalar uchun ham μ^v va μ^w matritsalarining xuddi shunday ko'rinishlarini keltirish mumkin. Matritsalarining har bir qatori va har bir ustuni elementlari yig'indisi birga teng, bunda k-qatorning j-elementi uch bosqichning k-sida j-yo'nalish bo'yicha ikkinchi tartibli ayirmali hadning ulushini belgilaydi; shu sababli uch bosqich yig'indisida har bir differensial had to'liq hisobga olinadi. Bunday matritsalar to'plami hisoblash formulalarida sxemalarning turli kombinatsiyalarini olishga imkon beradi. Masalan, birinchi tenglama uchun oshkormas, qolganlari uchun simmetrik sxema qo'llanilsa (OSS), yoki birinchi va ikkinchi tenglamalar uchun oshkormas, uchinchi uchun simmetrik sxema qo'llanilsa (OOS) va hokazo. Uchta tenglamaning har biri uchun uch variantdan birini tanlash mumkin bo'lgani sababli barcha kombinatsiyalar soni $3^3=27$ ta bo'ladi.

O'zgaruvchi yo'nalishlar usulining uch bosqichli varianti

Qo'yilgan masalani sonli yechish uchun O'YU ning uch bosqichli varianti taklif etiladi. Usulning mohiyati quyidagidan iborat. Yuqoridagi matritsalar asosida oshkor, oshkormas yoki simmetrik sxemani olish mumkin; qolgan o'zgaruvchilar bo'yicha qiymatlarni qotirgan holda (1-rasmga qarang) avval x o'zgaruvchi bo'yicha $n+1/3$ iteratsion qatlamda, keyin y o'zgaruvchi bo'yicha $n+2/3$ qatlamda va oxirgi bosqichda z o'zgaruvchi bo'yicha $n+1$ qatlamda tenglama yoziladi. Har qanday qatlamda hisoblash uchun avvalgi qatlamlardagi U funksiya qiymatlari, tabiiyki, V va W funksiyalarning qiymatlari ham ma'lum deb faraz qilinadi.



1-rasm. O'zgaruvchi yo'nalishlar sxemasi.

Qisqalik uchun $f_1^{(s)} = f_1(x_i, y_j, z_k, U_{ijk}^s, V_{ijk}^n, W_{ijk}^n)$ va $f_{1U}^{(s)}$ va - uning bo'yicha hosilasi ($s=n, n+1/3,$

$n+2/3$) belgilashlarini kiritamiz. Buni hisobga olib, (6) ayirmali tenglamalarni U funksiyaga nisbatan quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$\begin{aligned} \frac{U_{ijk}^{n+1/3} - U_{ijk}^n}{\tau} &= \mu_{11}^u K_{11} \delta_{xx}^h U_{ijk}^{n+1/3} + \mu_{12}^u K_{12} \delta_{yy}^h U_{ijk}^n + \mu_{13}^u K_{13} \delta \\ &- \frac{1}{3} (K_{14} \delta_{xy}^h V_{ijk}^n + K_{15} \delta_{xz}^h W_{ijk}^n) \\ &- \frac{1}{3} [f_1^{(n)} + \mu_1 f_{1U}^{(n)} (U_{ijk}^{n+1/3} - U_{ijk}^n)], \end{aligned} \quad (11)$$



$$\begin{aligned} \frac{U_{ijk}^{n+2/3} - U_{ijk}^{n+1/3}}{\tau} &= \mu_{21}^u K_{11} \delta_{xx}^h U_{ijk}^{n+1/3} + \mu_{22}^u K_{12} \delta_{yy}^h U_{ijk}^{n+2/3} + \mu_{23}^u K_{13} \delta_{zz}^h U_{ijk}^{n+1/3} \\ &- \frac{1}{3} (K_{14} \delta_{xy}^h V_{ijk}^n + K_{15} \delta_{xz}^h W_{ijk}^n) \\ &- \frac{1}{3} [f_1^{(n+1/3)} + \mu_1 f_{1U}'^{(n+1/3)} (U_{ijk}^{n+2/3} - U_{ijk}^{n+1/3})], \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{U_{ijk}^{n+1} - U_{ijk}^{n+2/3}}{\tau} &= \mu_{31}^u K_{11} \delta_{xx}^h U_{ijk}^{n+2/3} + \mu_{32}^u K_{12} \delta_{yy}^h U_{ijk}^{n+2/3} + \mu_{33}^u K_{13} \delta_{zz}^h U_{ijk}^{n+1} \\ &- \frac{1}{3} (K_{14} \delta_{xy}^h V_{ijk}^n + K_{15} \delta_{xz}^h W_{ijk}^n) \\ &- \frac{1}{3} [f_1^{(n+2/3)} + \mu_1 f_{1U}'^{(n+2/3)} (U_{ijk}^{n+1} - U_{ijk}^{n+2/3})]. \end{aligned} \quad (13)$$

V va W funksiyalar uchun ham (6) tenglamalardan shunga o'xshash tenglamalar hosil qilinadi. Ularning har biri skalyar progonka usuli bilan yechiladi.

Skalyar progonka usuli

Hisoblashlarni soddalashtirish uchun $n+1/3$ qatlamda $U_{ijk}^{n+1/3}$ ni topishda quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$\begin{aligned} A_1 &= -\tau \mu_{11}^u \frac{K_{11}}{h_1^2}, \quad C_1 = A_1, \quad B_1 = 1 - 2A_1 + \frac{\tau}{3} \mu_1 f_{1U}'^{(n)}, \\ D_1 &= U_{ijk}^n + \tau \{ \mu_{12}^u K_{12} \delta_{yy}^h U_{ijk}^n + \mu_{13}^u K_{13} \delta_{zz}^h U_{ijk}^n - \frac{1}{3} (K_{14} \delta_{xy}^h V_{ijk}^n \\ &- \frac{1}{3} [f_1^{(n)} - \mu_1 f_{1U}'^{(n)} U_{ijk}^n] \}. \end{aligned} \quad (14)$$

$n+2/3$ va $n+1$ qatlamlarda $U_{ijk}^{n+2/3}$ va U_{ijk}^{n+1} ni topishda (12) va (13) tenglamalardan mos ravishda A_2, B_2, C_2, D_2 va A_3, B_3, C_3, D_3 koeffitsiyentlar hosil bo'ladi:

$$\begin{aligned} A_2 &= C_2 = -\tau \mu_{22}^u \frac{K_{12}}{h_2^2}, \quad B_2 = 1 - 2A_2 + \frac{\tau}{3} \mu_1 f_{1U}'^{(n+1/3)}, \\ D_2 &= U_{ijk}^{n+1/3} + \tau \{ \mu_{21}^u K_{11} \delta_{xx}^h U_{ijk}^{n+1/3} + \mu_{23}^u K_{13} \delta_{zz}^h U_{ijk}^{n+1/3} - \frac{1}{3} (K_{14} \delta_{xy}^h V_{ijk}^n + K_{15} \delta_{xz}^h W_{ijk}^n) \\ &- \frac{1}{3} [f_1^{(n+1/3)} - \mu_1 f_{1U}'^{(n+1/3)} U_{ijk}^{n+1/3}] \}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} A_3 &= C_3 = -\tau \mu_{33}^u \frac{K_{13}}{h_3^2}, \quad B_3 = 1 - 2A_3 + \frac{\tau}{3} \mu_1 f_{1U}'^{(n+2/3)}, \\ D_3 &= U_{ijk}^{n+2/3} + \tau \{ \mu_{31}^u K_{11} \delta_{xx}^h U_{ijk}^{n+2/3} + \mu_{32}^u K_{12} \delta_{yy}^h U_{ijk}^{n+2/3} - \frac{1}{3} (K_{14} \delta_{xy}^h V_{ijk}^n + K_{15} \delta_{xz}^h W_{ijk}^n) \\ &- \frac{1}{3} [f_1^{(n+2/3)} - \mu_1 f_{1U}'^{(n+2/3)} U_{ijk}^{n+2/3}] \}. \end{aligned} \quad (16)$$

V va W funksiyalar uchun ham A_i, B_i, C_i va D_i ($i=4,9$) koeffitsiyentlar xuddi shunday kiritiladi. (11)-(13) tenglamalarni (14)-(16) belgilashlar yordamida soddalashtirib, U uchun quyidagi uch diagonalli algebraik tenglamalar sistemalarini olamiz:

$$A_1 U_{i-1,j,k}^{n+1/3} + B_1 U_{ijk}^{n+1/3} + C_1 U_{i+1,j,k}^{n+1/3} = D_1, \quad (17)$$

$$A_2 U_{i,j-1,k}^{n+2/3} + B_2 U_{ijk}^{n+2/3} + C_2 U_{i,j+1,k}^{n+2/3} = D_2, \quad (18)$$

$$A_3 U_{i,j,k-1}^{n+1} + B_3 U_{ijk}^{n+1} + C_3 U_{i,j,k+1}^{n+1} = D_3. \quad (19)$$

Bu sistemalarning har birida $B_i = 1 + 2|A_i| + \tau/3 \mu_1 f_{1U}' \geq 0$ bo'lgani uchun, $\mu_1 f_{1U}' \geq 0$ bo'lganda (xususan, test masaladagidek

$f_k=0$ bo'lganda) $B_s - |A_s| - |C_s| \geq 1$, ya'ni diagonal ustunlik sharti bajariladi va progonka usuli to'g'ri va turg'un ishlaydi [4, 9]. Progonka ko'effitsiyentlari (masalan, (17) sistema uchun) to'g'ri yurishda chegaraviy shartlardan topiladi:

$$\begin{aligned} \alpha_{1,1} &= 0, & \beta_{1,1} &= U_{1,j,k}^{n+1/3} = \varphi_1(y_j, z_k), \\ \alpha_{1,i} &= -\frac{C_1}{B_1 + A_1 \alpha_{1,i-1}}, & \beta_{1,i} &= \frac{D_1 - A_1 \beta_{1,i-1}}{B_1 + A_1 \alpha_{1,i-1}}, & i &= 2, \dots \end{aligned} \quad (20)$$

Shunga o'xshash, (18) va (19) sistemalar uchun α_{2j}, β_{2j} va α_{3k}, β_{3k} ko'effitsiyentlar ham xuddi shunday hisoblanadi. Progonka ko'effitsiyentlari $\alpha_{1i}, \beta_{1i}, \alpha_{2j}, \beta_{2j}, \alpha_{3k}, \beta_{3k}$ ma'lum bo'lgach, yechim progonkaning teskari yurishi bo'yicha [4] topiladi:

$$U_{ijk}^{n+1/3} = \alpha_{1i} U_{i+1,j,k}^{n+1/3} + \beta_{1i}, \quad (i = n_1 - 1, n_1 - 2, \dots, 1), \quad (21)$$

$$U_{ijk}^{n+2/3} = \alpha_{2j} U_{i,j+1,k}^{n+2/3} + \beta_{2j}, \quad (j = n_2 - 1, n_2 - 2, \dots, 1), \quad (22)$$

$$U_{ijk}^{n+1} = \alpha_{3k} U_{i,j,k+1}^{n+1} + \beta_{3k}, \quad (k = n_3 - 1, n_3 - 2, \dots, 1). \quad (23)$$

U uchun bajarilgan (14)–(23) hisoblash tartibiga o'xshash tartib avval $V_{ijk}^{n+1/3}, V_{ijk}^{n+2/3}, V_{ijk}^{n+1}$ uchun, so'ngra $W_{ijk}^{n+1/3}, W_{ijk}^{n+2/3}, W_{ijk}^{n+1}$ uchun ham qo'llaniladi.

Iteratsion jarayonning yaqinlashish mezonini

Iteratsion jarayonning yaqinlashish mezonini sifatida quyidagi shartdan foydalanish mumkin:

$$\max_{i,j,k} \{ |U_{ijk}^{n+1} - U_{ijk}^n|, |V_{ijk}^{n+1} - V_{ijk}^n|, |W_{ijk}^{n+1} - W_{ijk}^n| \} < \varepsilon, \quad (24)$$

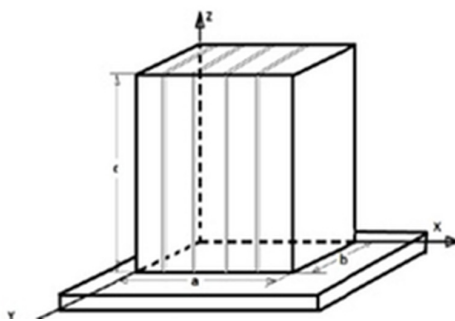
bu yerda ε - kichik berilgan son, $0 < \varepsilon < 1$. Bu shart bajarilganda $n+1$ qatlamdagi qiymatlar (1)–(2) masalaning ayirmali yechimi sifatida qabul qilinadi.

TAHLIL VA NATIJALAR

Sonli tajriba natijalari

Usulning samaradorligini baholash uchun ortotrop to'g'ri burchakli prizmaning siqilishi haqidagi test masala ko'rildi (2-rasm). Elastiklik ko'effitsiyentlari $A_{ij} \cdot 10^3 \text{ kg/sm}^2$ o'lchamda [3] quyidagicha olindi:

$$\begin{aligned} A_{11} &= 10,15; & A_{22} &= 6,07; & A_{33} &= 126,5; & A_{12} &= A_{21} = 4,95; & A_{13} &= A_{31} = 6,08; \\ A_{23} &= A_{32} = 4,24; & A_{44} &= 6,32; & A_{55} &= 5,06; & A_{66} &= 0,236. \end{aligned}$$



2-rasm. Siqilayotgan ortotrop prizma sxemasi.

Boshlang'ich ma'lumotlar: $a=b=c=5 \text{ sm}$, $W_0=1$, $\varepsilon=0,001$, B - birlik operator, $n_1=n_2=n_3=11$. (6) tenglamalar $f_k=0$ ($k=1,3$) va $\varphi_i=0$ bo'lganda, $z=0$ va $z=c$ yoqlarda $W(x,y,0)=W_0$, $W(x,y,c)=-W_0$, $U=V=0$ chegaraviy shartlar hamda (7) boshlang'ich shartlar bilan ko'rildi. Ortotrop to'g'ri burchakli prizmaning siqilishi haqidagi bu masalaning sonli yechimlari (U,V,W) chekli ayirmalar usuli bilan oshkormas sxema bo'yicha iteratsiyalarning minimal soni $k=2$ da olindi.

Shu yechimlardan foydalanib, $k=(n_3+1)/2$ ning qotirilgan qiymatida ($z \approx c/2$, ya'ni o'rta sirtida) Guk qonuniga ko'ra kuchlanish tenzori hisoblanadi:

$$(\sigma_z)_{ijk} = A_{13} e_{xx} + A_{23} e_{yy} + A_{33} e_{zz}, \quad (25)$$

bu yerda deformatsiya komponentlari ayirmali ko'rinishda quyidagicha aniqlanadi:



$$e_{xx} = \frac{U_{i+1,j,k}^{n+1} - U_{ijk}^{n+1}}{h_1}, \quad e_{yy} = \frac{V_{i,j+1,k}^{n+1} - V_{ijk}^{n+1}}{h_2}, \quad e_{zz} = \frac{W_{i,j,k+1}^{n+1} - W_{ijk}^{n+1}}{h_3}. \quad (26)$$

U holda o'rta sirtagi kuchlanishning o'rtacha qiymati

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{(n_1 - 1)(n_2 - 1)} \sum_{i=1}^{n_1-1} \sum_{j=1}^{n_2-1} (\sigma_z)_{ijk} = -50,599 \quad (27)$$

ko'rinishga ega. Material qarshiligi formulasi bo'yicha aniq qiymat $e_{xx}=e_{yy}=0$ va $e_{zz}=[W(x,y,c)-W(x,y,0)]/c=-2W_0/c$ bo'lganda quyidagicha topiladi:

$$\sigma_{\text{aniq}} = A_{33}e_{zz} = 126,5 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = -50,6. \quad (28)$$

Hisoblash natijalarining taqqoslanishi 1-jadvalda keltirilgan (kuchlanish 10^3 kg/sm^2 birligida). Bundan ko'rinadiki, biz olgan $\sigma=-50,599$ qiymat L.E. Maltsev [3] natijasi $\sigma_z=-56,7$ ga nisbatan (u Ritz variatsion usuli bilan olingan) material qarshiligi formulasi bo'yicha hisoblangan aniq yechim $\sigma=-50,6$ ga ancha aniq yaqinlashadi: mutlaq xatolik $0,001$ (nisbiy xatolik taxminan $0,002 \%$), Maltsev usulida esa $6,1$ (taxminan $12,1 \%$).

1-jadval. Test masala bo'yicha o'rta kuchlanishning taqqoslanishi

Usul	Kuchlanish qiymati	Mutlaq xatolik	Nisbiy xatolik, %
Aniq qiymat (material qarshiligi formulasi)	-50, 6	-	-
L.E. Maltsev usuli (Ritz) [3]	-56, 7	6,1	12, 1
Ushbu ish usuli	-50, 599	0, 001	0, 002

Shuningdek, boshlang'ich yaqinlashish va iteratsion parametrning turli qiymatlarida hisoblashlar o'tkazildi. Xususan, $U=V=W=0$ boshlang'ich yaqinlashishda va τ parametrning turli qiymatlarida olingan σ natijalari shuni ko'rsatadiki, τ ortganda iteratsiyalar soni o'zgarmaydi, ya'ni $k=2$. Biroq σ ning qiymati yaxshilanib, aniq yechimga yaqinlashadi. Bunday qiyosiy tahlil 2-jadvalda keltirilgan. Jadvalning oxirgi ustunidagi mutlaq xatolik $\Delta=|\sigma-\sigma_{\text{aniq}}|$ ga ko'ra, τ har o'n barobar oshganda xatolik taxminan o'n barobar kamayadi (taxminan $\Delta \approx 0,41/\tau$), bu esa τ ning katta qiymatlarida yechimning aniq qiymatga monoton yaqinlashishini bildiradi.

2-jadval. Iteratsion parametr ning o'rtacha kuchlanishga ta'siri (boshlang'ich yaqinlashish)

τ	Iteratsiyalar soni	O'rtacha kuchlanish	Mutlaq xatolik
1	2	-50, 194305	0, 405695
10	2	-50, 558779	0, 041221
10	2	-50, 558779	0, 041221
1000	2	-50, 599587	0, 000413
10000	2	-50, 599958	0, 000042

Barcha hisoblashlar ortotrop jismlarning fazoviy masalasini yechishga mo'ljallangan, C# dasturlash tilida yaratilgan dastur yordamida bajarildi.

XULOSA VA TAKLIFLAR

Ortotrop parallelepiped uchun fazoviy elastiklik masalasini sonli yechishga bag'ishlangan ushbu ishda quyidagi natijalar olindi.

1. Masala o'ng tomonlari koordinatalar va ko'chishlarga bog'liq bo'lishi mumkin bo'lgan umumiy (chiziqli bo'lmagan) Lamé tenglamalari sistemasi ko'rinishida qo'yildi; uni yechish uchun barqarorlashtirish usuli va o'zgaruvchi yo'nalishlar usulining uch bosqichli varianti asosida sonli algoritm ishlab chiqildi.

2. Chiziqlantirishning Pikar va Nyuton usullarini μ_k parametr orqali, ayirmali sxema turini (oshkor, oshkormas, simmetrik) esa μ^u , μ^v , μ^w matritsali koeffitsiyentlar orqali tanlash imkoniyati kiritildi; bu $3^3=27$ ta sxema kombinatsiyasini yagona algoritm doirasida amalga oshirishga imkon beradi.

3. Har bir bosqichda hosil bo'ladigan uch diagonal algebraik sistemalar diagonal ustunlik shartini



qanoatlantirib, skalyar progonka usuli bilan turg'un yechiladi; yaqinlashish mezoni sifatida (24) shart tavsiya etildi.

4. Ortotrop prizmaning siqilishi haqidagi test masalada o'rta sirtidagi o'rtacha kuchlanish -50,599 ga teng bo'lib, aniq qiymatdan (-50,6) mutlaq xatoligi 0,001 (taxminan 0,002 %) ni tashkil etdi. Ritz variatsion usuli natijasi (-56,7) esa 6,1 (taxminan 12,1 %) xatolikka ega. Shunday qilib, taklif etilgan usul test masalada variatsion usulga nisbatan sezilarli aniqroq natija beradi; bunda iteratsiyalarning minimal soni $k=2$ bo'ldi.

5. Iteratsion parametr τ ning 1 dan 10^4 gacha ortishi iteratsiyalar sonini o'zgartirmaydi, biroq o'rtacha kuchlanishni -50,194 dan -50,59996 gacha aniqlashtiradi; mutlaq xatolik τ ga taxminan teskari proporsional kamayadi.

6. Ishlab chiqilgan algoritm va C# dasturi nochiziqli f_k hadlarni, shuningdek boshqa fizik omillarni hisobga olishga tayyor asos bo'lib xizmat qiladi. Keyingi tadqiqotlarda Nyuton bo'yicha chiziqlantirishning ($\mu_k=1$) va 27 ta sxema kombinatsiyasining yaqinlashishga ta'sirini nochiziqli masalalarda sinash maqsadga muvofiq.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Победря Б.Е. Численные методы теории упругости и пластичности. М.: МГУ, 1995.
2. Цаплин А.И. К решению пространственной задачи термоупругости вариационно-разностным методом. Вопросы теории упругости и вязкоупругости. Сборник статей. Свердловск, 1978.
3. Мальцев Л.Е. Сжатие ортотропной призмы. Механика полимеров, 5, М.: МГУ, 1968.
4. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.
5. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977.
6. Peaceman D.W., Rachford H.H. The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations // J. Soc. Ind. Appl. Math. 1955. Vol. 3, No. 1. P. 28–41.
7. Douglas J. On the numerical integration of $\partial^2 u / \partial x^2 + \partial^2 u / \partial y^2 = \partial u / \partial t$ by implicit methods // J. Soc. Ind. Appl. Math. 1955. Vol. 3, No. 1. P. 42–65.
8. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967.
9. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.
10. Khaldjigitov, A. A., Yusupov, Y. S., Adambaev, U. E., & Sagdullaeva, D. A. (2022, October). Numerical solution of two-dimensional coupled thermoplastic problems. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 2637, No. 1, p. 040007). AIP Publishing LLC.
11. Khaldjigitov, A. A., Kalandarov, A. A., & Yusupov, Y. S. (2019). Coupled problems of thermoelasticity and thermoplasticity. T. "Fan va texnologiya", 203.
12. Khaldjigitov, A. A., Yusupov, Y. S., Khudazarov, R. S., & Sagdullaeva, D. A. (2019). On the thermoplasticity constitutive relations for isotropic and transversely isotropic materials. *International Journal of Mechanical and Production Engineering Research and Development (IJMPERD)*, 9(4), 467-478.
13. Khaldjigitov, A. A., Yusupov, Y. S., Rasedee, A. F. N., & Long, N. N. (2019, April). Mathematical modeling and simulation of the coupled strain space thermoplasticity problems. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1212, No. 1, p. 012023). IOP Publishing.
14. Yusupov, Y., & Khaldjigitov, A. A. (2017). Mathematical and numerical modeling of the coupled dynamic thermoplastic problem. *Universal Journal of Computational Mathematics*, 5(2), 34-43.

muhandislik **& iqtisodiyot**

ijtimoiy-iqtisodiy, innovatsion texnik,
fan va ta'limga oid ilmiy-amaliy jurnal

Ingliz tili muharriri: Feruz Hakimov

Musahhih: Zokir Alibekov

Sahifalovchi va dizayner: Abdurahmon Qurbonov

2026. № 10

© Materiallar ko'chirib bosilganda "Muhandislik va iqtisodiyot" jurnali manba sifatida ko'rsatilishi shart. Jurnalda bosilgan material va reklamalardagi dalillarning aniqligiga mualliflar ma'sul. Tahririyat fikri har vaqt ham mualliflar fikriga mos kelamasligi mumkin. Tahririyatga yuborilgan materiallar qaytarilmaydi.

"Muhandislik va iqtisodiyot" jurnali 26.06.2023-yildan
O'zbekiston Respublikasi Prezidenti Adminstratsiyasi huzuridagi
Axborot va ommaviy kommunikatsiyalar agentligi tomonidan
№S-5669245 reyestr raqami tartibi bo'yicha ro'yxatdan o'tkazilgan.
Litsenziya raqami: №095310.

**Manzilimiz: Toshkent shahri Yunusobod
tumani 15-mavze 19-uy**





+998 93 718 40 07



<https://muhandislik-iqtisodiyot.uz/index.php/journal>



t.me/yait_2100