MUHANDISLIK & IQTISODIYOT

ijtimoiy-igtisodiy, innovatsion texnik, fan va ta'limga oid ilmiy-amaliy jurnal

2026-YIL

SENTYABR / 9-SON, III-QISM



Milliy nashrlar

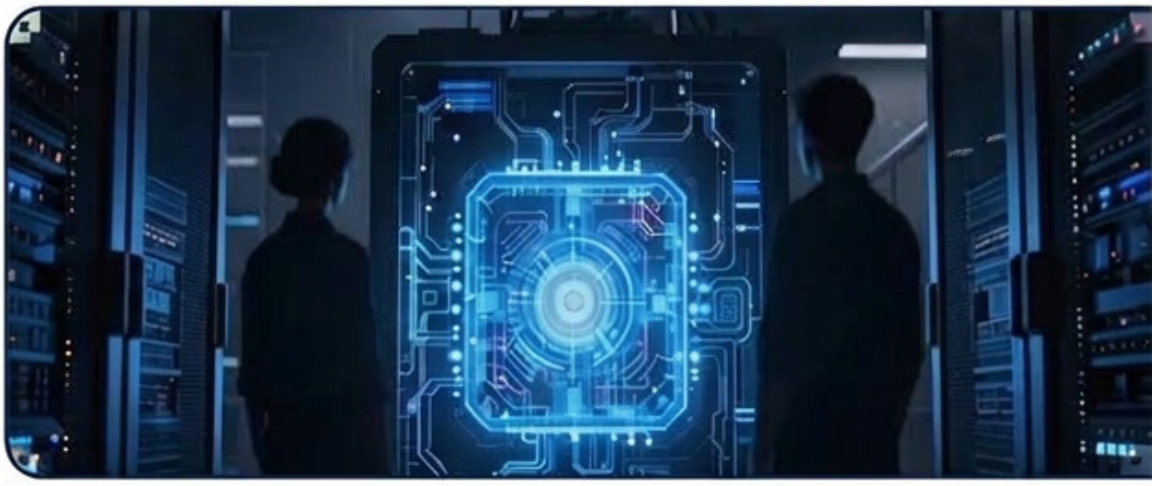
OAK: https://oak.us/pages/4802

05.00.00 - Texnika fanlari
08.00.00 - Iqtisodiyot fanlar

Google Scholar

ISSN INTERAATIONAL STANOARO SERIAL NUMBER INTERRATIONAL CENTRE

OpenAIRE



ISSN: 3060-463X

muhandislik & iqtisodiyot

ijtimoiy-iqtisodiy, innovatsion texnik,
fan va ta'limga oid ilmiy-amaliy jurnal

Elektron nashr, 2026-yil, sentyabr.

Bosh muharrir:
Zokirova Nodira Kalandarovna, iqtisodiyot fanlari doktori, DSc, professor

Bosh muharrir o'rinbosari:
Shakarov Zafar G'afforovich, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori, PhD, dotsent

Tahrir hay'ati:
Abduraxmanov Kalandar Xodjayevich, O'z FA akademigi, iqtisodiyot fanlari doktori, professor
Sharipov Kongratbay Avezimbetovich, texnika fanlari doktori, professor
Maxkamov Baxtiyor Shuxratovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor
Abduraxmanova Gulnora Kalandarovna, iqtisodiyot fanlari doktori, professor
Shaumarov Said Sanatovich, texnika fanlari doktori, professor
Turayev Bahodir Xatamovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor
Nasimov Dilmurod Abdulloyevich, iqtisodiyot fanlari doktori (DSc), professor
Allayeva Gulchexra Jalgasovna, iqtisodiyot fanlari doktori, professor
Arabov Nurali Uralovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor
Maxmudov Odiljon Xolmirzayevich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor
Xamrayeva Sayyora Nasimovna, iqtisodiyot fanlari doktori, professor
Bobonazarova Jamila Xolmurodovna, iqtisodiyot fanlari doktori, professor
Irmatova Aziza Baxromovna, iqtisodiyot fanlari doktori, professor
Bo'taboyev Mahammadjon To'ychiyevich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor
Shamshiyeva Nargizaxon Nosirxuja kizi, iqtisodiyot fanlari doktori, professor,
Xolmuxamedov Muhsinjon Murodullayevich, iqtisodiyot fanlari nomzodi, dotsent
Xodjayeva Nodiraxon Abdurashidovna, iqtisodiyot fanlari nomzodi, dotsent
Amanov Otabek Amankulovich, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD), dotsent
Toxirov Jaloliddin Ochil o'g'li, texnika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)
Qurbonov Samandar Pulatovich, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)
Zikriyoyev Aziz Sadulloyevich, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)
Tabayev Azamat Zaripbayevich, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)
Sxay Lana Aleksandrovna, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD), dotsent
Ismoilova Gulnora Fayzullayevna, iqtisodiyot fanlari nomzodi, dotsent
Djumaniyazov Umrbek Ilxamovich, iqtisodiyot fanlari nomzodi, dotsent
Kasimova Nargiza Sabitdjanovna, iqtisodiyot fanlari nomzodi, dotsent
Kalanova Moxigul Baxritdinovna, dotsent
Ashurzoda Luiza Muxtarovna, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)
Sharipov Sardor Begmaxmat o'g'li, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)
Tursunov Ulug'bek Sativoldiyevich, iqtisodiyot fanlari doktori (DSc), dotsent
Bauyetdinov Majit Janizaqovich, Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti dotsenti, PhD
Botirov Bozorbek Musurmon o'g'li, Texnika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)
Sultonov Shavkatjon Abdullayevich, Kimyo fanlari doktori, (DSc)
Jo'raeva Malohat Muhammadovna, filologiya fanlari doktori (DSc), professor.
Yusupov Maxamadamin Abduxamidovich, iqtisodiyot fanlari nomzodi (DSc), professor
Kalonova Moxigul Baxritdinovna, iqtisodiyot fanlari nomzodi (PhD), dotsent
Mirzayev Kulmamat Djanzakovich, iqtisodiyot fanlari nomzodi (DSc), professor.
Karimova Nilufar Sadirdin qizi, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)
Norboyev Odil Abrayevich, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD), dotsent
Karimova Nilufar Sadirdin qizi, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)
Pardaev Umidjon Uralovich, iqtisodiyot fanlari doktori (DSc), professor
Xolmirzayev Ulug'bek Abdulazizovich, Iqtisodiyot fanlari doktori (DSc)

muhandislik & iqtisodiyot

ijtimoiy-iqtisodiy, innovatsion texnik,
fan va ta'limga oid ilmiy-amaliy jurnal

05.01.00 – Axborot texnologiyalari, boshqaruv va kompyuter grafikasi
05.01.01 – Muhandislik geometriyasi va kompyuter grafikasi. Audio va video texnologiyalari
05.01.02 – Tizimli tahlil, boshqaruv va axborotni qayta ishlash
05.01.03 – Informatikaning nazariy asoslari
05.01.04 – Hisoblash mashinalari, majmualari va kompyuter tarmoqlarining matematik va dasturiy ta'minoti
05.01.05 – Axborotlarni himoyalash usullari va tizimlari. Axborot xavfsizligi
05.01.06 – Hisoblash texnikasi va boshqaruv tizimlarining elementlari va qurilmalari
05.01.07 – Matematik modellashtirish
05.01.11 – Raqamli texnologiyalar va sun'iy intellekt
05.02.00 – Mashinasozlik va mashinashunoslik
05.02.08 – Yer usti majmualari va uchish apparatlari
05.03.02 – Metrologiya va metrologiya ta'minoti
05.04.01 – Telekommunikasiya va kompyuter tizimlari, telekommunikasiya tarmoqlari va qurilmalari. Axborotlarni taqsimlash
05.05.03 – Yorug'lik texnikasi. Maxsus yoritish texnologiyasi
05.05.05 – Issiqlik texnikasining nazariy asoslari
05.05.06 – Qayta tiklanadigan energiya turlari asosidagi energiya qurilmalari
05.06.01 – To'qimachilik va yengil sanoat ishlab chiqarishlari materialshunosligi
05.08.03 – Temir yo'l transportini ishlatish
05.08.06 – "G'ildirakli va gusenisali mashinalar va ularni ishlatish" (texnika fanlari)
05.09.01 – Qurilish konstruksiyalari, bino va inshootlar
05.09.04 – Suv ta'minoti. Kanalizatsiya. Suv havzalarini muhofazalovchi qurilish tizimlari
10.00.06 – Qiyosiy adabiyotshunoslik, chog'ishtirma tilshunoslik va tarjimashunoslik
10.00.04 – Yevropa, Amerika va Avstraliya xalqlari tili va adabiyoti
08.00.01 – Iqtisodiyot nazariyasi
08.00.02 – Makroiqtisodiyot
08.00.03 – Sanoat iqtisodiyoti
08.00.04 – Qishloq xo'jaligi iqtisodiyoti
08.00.05 – Xizmat ko'rsatish tarmoqlari iqtisodiyoti
08.00.06 – Ekonometrika va statistika
08.00.07 – Moliya, pul muomalasi va kredit
08.00.08 – Buxgalteriya hisobi, iqtisodiy tahlil va audit
08.00.09 – Jahon iqtisodiyoti
08.00.10 – Demografiya. Mehnat iqtisodiyoti
08.00.11 – Marketing
08.00.12 – Mintaqaviy iqtisodiyot
08.00.13 – Menejment
08.00.14 – Iqtisodiyotda axborot tizimlari va texnologiyalari
08.00.15 – Tadbirkorlik va kichik biznes iqtisodiyoti
08.00.16 – Raqamli iqtisodiyot va xalqaro raqamli integratsiya
08.00.17 – Turizm va mehmonxona faoliyati

Ma'lumot uchun, OAK Rayosatining 2024-yil 28-avgustdagi 360/5-son qarori bilan "Dissertatsiyalar asosiy ilmiy natijalarini chop etishga tavsiya etilgan milliy ilmiy nashrlar ro'yxati"ga texnika va iqtisodiyot fanlari bo'yicha "Muhandislik va iqtisodiyot" jurnali ro'yxatga kiritilgan.

Muassis: "Tadbirkor va ishbilarmon" MChJ

Hamkorlarimiz:

1. Toshkent shahridagi G.V.Plexanov nomidagi Rossiya iqtisodiyot universiteti
2. Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti
3. Toshkent irrigatsiya va qishloq xo'jaligini mexanizatsiyalash muhandislari instituti" milliy tadqiqot universiteti
4. Islom Karimov nomidagi Toshkent davlat texnika universiteti
5. Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti
6. Toshkent davlat transport universiteti
7. Toshkent arxitektura-qurilish universiteti
8. Toshkent kimyo-texnologiya universiteti
9. Jizzax politexnika instituti

MUNDARIJA • СОДЕРЖАНИЕ • CONTENTS

MUNDARIJA

A METHOD FOR INTEGRATING HIGHER EDUCATION INSTITUTION INFORMATION RESOURCES BASED ON MOBILE SOFTWARE 9
Shukirillayeva Mexriban
XIZMAT KO‘RSATISH SOHASIDA RAQAMLI PLATFORMALARDAN FOYDALANISHNING IQTISODIY SAMARADORLIGI: BUXORO VILOYATI MISOLIDA 15
Qudratov Bahodir G‘aybullaevich
SCENE ACTIVITY-AWARE CAMERA HEALTH MONITORING FOR STATIONARY CCTV SYSTEMS 19
Abdulazizxon Axmedov Ganijon o‘g‘li
SUTCHILIK FERMER XO‘JALIKLARIDA OZUQA EKINLARI TUZILMASINI CHIZIQLI DASTURLASH ASOSIDA OPTIMALLASHTIRISH VA 2030-YILGACHA SUT HAMDA OZUQA EHTIYOJI PROGNOZI 26
Ibodullayev Doston Sobirjon o‘g‘li
RESPUBLIKADA KOMUNAL XO‘JALIKLARNI BOSHQARISHNING INSTITUTSIONAL ASOSLARI VA UNING RIVOJLANISH BOSQICHLARI 36
Mardanova Mohidil Otabek qizi
O‘ZBEKISTONDA MAHALLIY BUDJET DAROMADLARINI OSHIRISH MEXANIZMINI TAKOMILLASHTIRISH 42
Fayziyev Farrux Abdullaxojayevich
TUYAMO‘YIN O‘ZAN SUV OMBORIDAN SUV OLUVCHI O‘NG QIRG‘OQ MAGISTRAL KANALINING LOYQA BOSISHINING OLDINI OLISH CHORA-TADBIRLARI VA UNING AHAMIYATI 50
Ro‘zmetov Xursandbek Hayitboyevich
BUXORO VILOYATIDA TURISTIK XIZMATLAR BOZORIDA REKREATSIYA OBYEKTLARIDAN FOYDALANISHDA TALABNING O‘ZGARISHI TAHLILI 57
Urunova Dilobar Baxtiyorovna
TRANSPORTNING MINTAQALAR IQTISODIYOTI RIVOJLANISHIGA TA’SIRINI BAHOLASH: METODOLOGIYA VA VOSITALARI 64
Omonova Sug‘diyona Mamadavidovna
TURLI SUG‘ORISH TARTIBLARINING KUZGI BUG‘DOY VA DUKKAKLI EKINLAR HOSILDORLIGI, TUPROQNING MELIORATIV HOLATI HAMDA AGROFIZIKASIGA TA’SIRI (BUXORO VILOYATI MISOLIDA) 69
Xalilova Ma’mura Ravshanovna
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЭКСТРАКЦИИ ХВОЙНЫХ РАСТЕНИЙ МЕТОДОМ ПАРОДИСТИЛЛЯЦИИ 73
Ёдгорова Маъмура Орифовна
YER UCHASTKALARINING KADASTR QIYMATINI BAHOLASHDA TUPROQ BONITIROVKASI VA GEOAXBOROT TIZIMLARIDAN FOYDALANISH 78
Izatov Elmir Najmidinovich
РАЦИОНАЛЬНЫЙ ВЫБОР ПРЕКУРСОРОВ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ 2D-МОК С РАЗВИТОЙ ПОРИСТОЙ СТРУКТУРОЙ 83
Рахимов Бекзод, Адизов Бобир, Коракулова Нодира
O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASIDA PUTUR YETKAZMASDAN TEKSHIRISH SOHASINI STANDARTLASHTIRISH TIZIMINI ISO/TC 135 XALQARO TEXNIK QO‘MITASI STANDARTLARI ASOSIDA TAKOMILLASHTIRISH: STQ-28 MILLIY TEXNIK QO‘MITASINING ROLI 88
Axmedov G‘ayratjon Mahmudjonovich
FOG–CLOUD HISOBLASH MUHITIDA VAZIFALARNI O‘TKAZISH VA RESURSLARNI TAQSIMLASHNING ARCHERY PUFFERFISH OPTIMIZATION ALGORITMIGA ASOSLANGAN GIBRID MODELI 93
Ulugbek Muxammadjonov

PV/T HAVO KOLLEKTORI BILAN JIHOZLANGAN QUYOSH QURITGICHIDA POMIDORNI QURITISH KINETIKASINI UCH O‘LCHAMLI SONLI MODELLASHTIRISH 104
Ibragimov Umidjon, Xo‘jarova Aziza
YASHIL MOLIYA VA IQLIM RISKLARI: XALQARO TAJRIBA HAMDA O‘ZBEKISTONDA BARQAROR MOLIYALASHTIRISH ISTIQBOLLARI 113
Tilabov Nasrulla Tashmuratovich
TIJORAT BANKLARI FAOLIYATIDA SUG‘URTA HIMOYASI MEXANIZMLARINI TAKOMILLASHTIRISH: DEPOZIT BAZASI VA KREDIT RISKLARINI TABAQALASHTIRILGAN HOLDA SUG‘URTALASH 122
Tog‘ayniyazov Shohzodbek
OLIY TA’LIM MUASSASALARINING RAQAMLI BREND POZITSIYASINI BAHOLASH VA RIVOJLANTIRISH MEXANIZMI 130
Shamshiyeva Nargizaxon Nosirxo‘ja qizi
NEFT-GAZ SOHASI IXTISOSLIK FANLARINI INTEGRATIV O‘QITISH ASOSIDA TALABALARNING KASBIY KOMPETENSIYALARINI RIVOJLANTIRISH METODIKASI 139
Yaminov Feruzjon Fayzullo o‘g‘li
SUN’IY INTELLEKT ASOSIDA KREDIT RISKLARINI BAHOLASH MODELINI ISHLAB CHIQISH 144
Yeldashbayev Ikrombek Maxset o‘g‘li
INNOVATSION EKOTIZIMNING IQTISODIY MOHIYATI VA BOSHQARUV USULLARI 149
Turg‘unov Behzodbek, Karimov Muzaffar, Maraimova Umida
ЗЕЛЁНАЯ БУХГАЛТЕРИЯ В УЗБЕКИСТАНЕ: ПРОБЛЕМЫ СТАНОВЛЕНИЯ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ 153
Камолова Феруза Кахрамоновна
ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ В ГОСУДАРСТВЕННОМ ФИНАНСОВОМ КОНТРОЛЕ: ФИНАНСОВО-ПРАВОВЫЕ РИСКИ И НАПРАВЛЕНИЯ РЕГУЛИРОВАНИЯ 159
Сунатуллаева Нозима Ботир кизи
RIVOJLANGAN MAMLAKATLAR INVESTITSION SIYOSATI METODOLOGIYALARI VA ULARNI O‘ZBEKISTON INVESTITSION SIYOSATIGA TATBIQ QILISH 168
Bekmurodova Gavhar Adham qizi
SOG‘LIQNI SAQLASH BYUDJET DASTURLARI SAMARADORLIGINI INTEGRAL BAHOLASH: DBSI INDEKSI VA AMALIY APROBATSIYA 177
Abdullajonov Umidjon G‘ulomjon o‘g‘li
KONVERTER CHANGINI KOMPLEKS GIDROMETALLURGIK QAYTA ISHLASHDA VISMUTNI AJRATIB OLISH IMKONIYATLARI 183
Eshonqulov Uchqun Xudaynazar o‘g‘li
KOMPLEKS SONLAR NAZARIYASINING ASOSIY TUSHUNCHALARI: ALGEBRAIK, TRIGONOMETRIK VA KO‘RSATKICHLI SHAKLLAR HAMDA ULARNING KOMPLEKS TAHLILDAGI O‘RNI 188
Rayimov Doniyor G‘afurovich

MUNDARIJA • СОДЕРЖАНИЕ • CONTENTS

KOMPLEKS SONLAR NAZARIYASINING ASOSIY TUSHUNCHALARI: ALGEBRAIK, TRIGONOMETRIK VA KO‘RSATKICHLI SHAKLLAR HAMDA ULARNING KOMPLEKS TAHLILDAGI O‘RNI

Rayimov Doniyor G‘afurovich
Osiyo xalqaro universiteti
Umumtexnika fanlari kafedrasi dotsenti, PhD.

Annotatsiya. Ushbu maqolada kompleks sonlar nazariyasining zamonaviy oliy matematika kursidagi o‘rni tizimli ravishda yoritilgan. Kompleks sonning algebraik, trigonometrik va ko‘rsatkichli shakllari, ular ustida bajariladigan amallar, modul va argument tushunchalari kompleks tekislikdagi geometrik talqin asosida bayon etilgan. Eyler va Muavr formulalari hamda kompleks sondan natural darajali ildiz chiqarish masalasi misollar bilan asoslangan. Kompleks o‘zgaruvchili funksiyalar nazariyasining boshlang‘ich tushunchalari — analitiklik, Koshi–Riman shartlari va kontur integrali qisqacha keltirilgan. Kompleks tahlil apparatining elektrotexnika, kvant mexanikasi, gidrodinamika va signallarni qayta ishlashdagi tatbiqlari tahlil qilingan. Tadqiqotning ilmiy yangiligi mavzuni algebraik, geometrik va operator talqinlari orqali uch bosqichda izchil o‘qitishning uslubiy modeli taklif etilganidan iborat. Maqola magistrantlar va mustaqil bilim oluvchilar uchun uslubiy-ilmiy manba sifatida mo‘ljallangan.

Kalit so‘zlar: kompleks son, mavhum birlik, kompleks tekislik, modul, argument, trigonometrik shakl, ko‘rsatkichli shakl, Eyler formulasi, Muavr formulasi, natural darajali ildiz, kompleks o‘zgaruvchili funksiya, Koshi–Riman shartlari, kontur integrali.

Аннотация. В статье системно освещается место теории комплексных чисел в современном курсе высшей математики. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа, операции над ними, понятия модуля и аргумента изложены на основе геометрической интерпретации на комплексной плоскости. Формулы Эйлера и Муавра, а также задача извлечения корня натуральной степени из комплексного числа обоснованы на конкретных примерах. Кратко представлены начальные понятия теории функций комплексного переменного — аналитичность, условия Коши–Римана и контурный интеграл. Проанализированы применения аппарата комплексного анализа в электротехнике, квантовой механике, гидродинамике и обработке сигналов. Научная новизна исследования заключается в предложении методической модели последовательного трёхэтапного обучения данной теме посредством алгебраической, геометрической и операторной интерпретаций. Статья предназначена для магистрантов и лиц, самостоятельно осваивающих учебный материал, в качестве методического и научного источника.

Ключевые слова: комплексное число, мнимая единица, комплексная плоскость, модуль, аргумент, тригонометрическая форма, показательная форма, формула Эйлера, формула Муавра, корень натуральной степени, функция комплексного переменного, условия Коши–Римана, контурный интеграл.

Abstract. This article systematically examines the role of the theory of complex numbers in a modern higher mathematics course. The algebraic, trigonometric, and exponential forms of complex numbers, operations on them, and the concepts of modulus and argument are presented on the basis of their geometric interpretation in the complex plane. Euler’s and De Moivre’s formulas, as well as the problem of extracting a natural-degree root of a complex number, are substantiated through examples. The basic concepts of the theory of functions of a complex variable, including analyticity, the Cauchy–Riemann conditions, and contour integration, are briefly presented. Applications of the complex analysis apparatus in electrical engineering, quantum mechanics, hydrodynamics, and signal processing are analyzed. The scientific novelty of the study lies in the proposed methodological model for teaching the topic consistently in three stages through algebraic, geometric, and operator interpretations. The article is intended as a methodological and scientific resource for master’s students and independent learners.

Keywords: complex number, imaginary unit, complex plane, modulus, argument, trigonometric form, exponential form, Euler’s formula, De Moivre’s formula, natural-degree root, function of a complex variable, Cauchy–Riemann conditions, contour integral.

KIRISH

Sonlar tushunchasining tarixiy taraqqiyoti insoniyat tafakkurining matematik abstraksiyalarga bo‘lgan ehtiyoji bilan uzviy bog‘liq holda kechgan: natural sonlardan butun sonlarga, undan ratsional va irratsional sonlarga, nihoyat haqiqiy sonlar to‘plamiga o‘tish jarayonining har bir bosqichi muayyan amaliy yoki nazariy zaruratdan kelib chiqqan. Biroq haqiqiy sonlar to‘plami ham barcha algebraik masalalarni, xususan, diskriminanti manfiy bo‘lgan kvadrat tenglamalarni yechishga yetarli emasligi ma’lum bo‘ldi. Aynan shu muammo kompleks sonlar to‘plamining paydo bo‘lishiga asos bo‘lgan.

Kompleks sonlar nazariyasi hozirgi kunda faqat sof nazariy matematik intizom bo‘lib qolmay, balki elektrotexnika, tebranishlar nazariyasi, gidrodinamika, kvant mexanikasi, signallarni qayta ishlash va boshqaruv nazariyasi kabi ko‘plab amaliy sohalarning matematik apparatiga aylangan [2; 6]. Shu sababli ushbu mavzuni chuqur va tizimli o‘rganish oliy matematik ta’limning ajralmas qismi hisoblanadi.

Tadqiqot obyekti – kompleks sonlar to‘plami va unda aniqlangan amallar, tadqiqot predmeti esa kompleks sonning turli shakllari, ular orasidagi bog‘lanishlar, kompleks o‘zgaruvchili funksiyalar nazariyasiga o‘tishning boshlang‘ich tushunchalari hamda ularni oliy ta’limda o‘qitish uslublaridir.

Mazkur maqolaning maqsadi – kompleks sonlar nazariyasining asosiy tushunchalarini, ularning turli shakllarini va ular ustidagi amallarni izchil bayon etish, shuningdek kompleks o‘zgaruvchili funksiyalar nazariyasiga o‘tishning boshlang‘ich zaminini yaratishdan iborat. Maqola quyidagi vazifalarni o‘z ichiga oladi: kompleks son tushunchasining tarixiy shakllanishini yoritish; algebraik amallarni asoslash; geometrik talqin, modul va argument tushunchalarini bayon etish; trigonometrik va ko‘rsatkichli shakllarni Eyler formulasi orqali bog‘lash; Muavr formulasi va uning tatbiqlarini ko‘rsatish; ildiz chiqarish masalasini yechish; kompleks funksiya va integral tushunchalarining boshlang‘ich elementlarini keltirish hamda nazariyaning amaliy ahamiyatini ko‘rsatish.

MAVZUGA OID ADABIYOTLAR SHARHI

Kompleks sonlar g‘oyasi birinchi marta XVI asrda, italyan matematiklari kubik tenglamalarni yechish jarayonida paydo bo‘lgan. Jerolamo Kardano o‘zining 1545-yilda nashr etilgan “Ars Magna” asarida manfiy son ostidagi kvadrat ildizlar bilan formal ravishda ishlash imkoniyatini ko‘rsatgan bo‘lsa-da, bunday ifodalarning matematik mazmunini tushuntira olmagan. Keyinchalik Rafael Bombelli “keltirilmaydigan holat” (casus irreducibilis) deb ataluvchi vaziyatda, ya’ni tenglama uchta haqiqiy ildizga ega bo‘lsa-da, Kardano formulasi orqali yechishda mavhum kattaliklar paydo bo‘lishini ko‘rsatib, ular bilan amallar bajarish qoidalarini birinchi bo‘lib tizimlashtirgan.

XVIII asrga kelib Leonhard Eyler mavhum birlik uchun i belgisini kiritdi va o‘z nomi bilan ataluvchi formulani – ko‘rsatkichli funksiya bilan trigonometrik funksiyalar orasidagi bog‘lanishni kashf etdi. Kompleks sonning geometrik talqini esa mustaqil ravishda Kaspar Vessel (1799), Jan Robert Argand (1806) va Karl Fridrix Gauss (1831) tomonidan taklif qilingan bo‘lib, aynan shu talqin kompleks sonlarni tekislikdagi nuqta yoki vektor sifatida ko‘rish imkonini berdi va ularning matematik jamoatchilik tomonidan to‘liq qabul qilinishiga sabab bo‘ldi. XIX asrda Ogyusten Koshi va Bernhard Riman kompleks o‘zgaruvchili funksiyalar nazariyasining tizimli asoslarini yaratdilar, bu esa zamonaviy kompleks tahlil fanining boshlanishi bo‘ldi [3; 7].

Nazariyaning zamonaviy bayoni bo‘yicha boy adabiyotlar mavjud. A.G.Sveshnikov va A.N.Tixonovning darsligida [1] nazariyaning asosiy tushunchalari matematik fizika masalalari bilan uzviy bog‘liq holda bayon etilgan. M.A.Lavrentyev va B.V.Shabatning monografiyasida [2] kompleks tahlil usullari, xususan, konform akslantirishlarning gidro- va aerodinamika masalalariga tatbiqi keng yoritilgan. I.I.Privalov [3] va A.I.Markushevich [7] asarlarida analitik funksiyalar nazariyasining qat’iy matematik asoslari klassik uslubda berilgan. M.L.Boas [6] esa kompleks sonlar apparatini fizika va muhandislik masalalarini yechish vositasi sifatida amaliy yo‘nalishda talqin etgan. Mahalliy olimlardan A.Sadullayev va G.Xudayberganov [4] kompleks tahlil asoslarini o‘zbek tilida tizimli bayon qilgan, A.A.Ahmedov va N.B.Vaisovaning oliy matematika kursida [5] esa kompleks sonlar bo‘limi muhandislik yo‘nalishidagi talabalar uchun moslashtirilgan.

Tahlil qilingan manbalarning aksariyati yoki qat’iy nazariy, yoki sof amaliy yo‘nalishga ega bo‘lib, kompleks son tushunchasining tarixiy shakllanishi, uning turli shakllari, kompleks funksiyalar nazariyasiga o‘tish bosqichlari va mavzuni o‘qitishning uslubiy jihatlari yagona tizimda kam hollarda birgalikda ko‘rib chiqiladi. Ushbu maqolaning o‘ziga xosligi aynan shu jihatlarni birlashtirib, magistratura bosqichi uchun izchil va misollar bilan boyitilgan bayonni taklif etishidan iborat.

TADQIQOT METODOLOGIYASI

Tadqiqotda tarixiy-mantiqiy tahlil, aksiomatik-deduktiv yondashuv, qiyosiy tahlil hamda misollar orqali illyustratsiyalash usullaridan foydalanildi. Tarixiy-mantiqiy tahlil kompleks son tushunchasining shakllanish bosqichlarini yoritishda qo‘llanildi. Aksiomatik-deduktiv yondashuv asosida kompleks sonlar ustidagi amallar

kiritilib, (ℂ, +, ·) to‘plamining maydon strukturasiga egaligi asoslandi, Muavr formulasi va ildiz chiqarish formulasi keltirib chiqarildi. Qiyosiy tahlil usuli yordamida algebraik, trigonometrik va ko‘rsatkichli shakllarning turli amallarni bajarishdagi qulayligi taqqoslandi. Har bir nazariy natija aniq sonli misollar bilan tasdiqlanib, olingan natijalar teskari amal (masalan, topilgan ildizlarni darajaga ko‘tarish) orqali tekshirildi. Uslubiy tavsiyalar esa kompleks sonlar mavzusini oliy ta’lim muassasasida o‘qitish tajribasini umumlashtirish asosida ishlab chiqildi.

TAHLIL VA NATIJALAR

Kompleks son tushunchasi va uning ustida algebraik amallar. Algebraik shakldagi kompleks son deb $z = x + iy$ ko‘rinishidagi ifodaga aytiladi, bunda x va y – ixtiyoriy haqiqiy sonlar, i esa $i^2 = -1$ shartini qanoatlantiruvchi mavhum birlikdir [1]. Bu yerda x soni z ning haqiqiy qismi deyilib, Re z kabi, y soni esa mavhum qismi deyilib, Im z kabi belgilanadi. Barcha kompleks sonlar to‘plami odatda ℂ harfi bilan belgilanadi va u haqiqiy sonlar to‘plami ℝ ni o‘z ichiga oladi ($\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$), chunki har qanday x haqiqiy son $x + 0\cdot i$ kompleks son sifatida qaralishi mumkin.

$z = x + iy$ songa qo‘shma kompleks son deb $\bar{z} = x - iy$ songa aytiladi. Ikki kompleks sonning tengligi ularning mos ravishda haqiqiy va mavhum qismlarining tengligi orqali aniqlanadi, ya’ni $z_1 = z_2$ bo‘lishi uchun $\mathrm{Re}\, z_1 = \mathrm{Re}\, z_2$ va $\mathrm{Im}\, z_1 = \mathrm{Im}\, z_2$ shartlarining bajarilishi zarur va yetarlidir. Muhim jihati shundaki, kompleks sonlar to‘plamida tartib munosabati (“katta”, “kichik”) kiritilmagan, chunki bunday munosabat maydonning algebraik strukturasi bilan mos kelmaydi.

Kompleks sonlar ustida qo‘shish, ayirish, ko‘paytirish va bo‘lish amallari haqiqiy sonlar uchun ma’lum bo‘lgan amallar qoidalariga $i^2 = -1$ shartini qo‘shib qo‘llash orqali aniqlanadi. Masalan, $z_1 = 3 + 4i$ va $z_2 = 1 - 2i$ sonlari berilgan bo‘lsin. U holda:

$z_1 + z_2 = (3 + 1) + i(4 - 2) = 4 + 2i,$

$z_1 - z_2 = (3 - 1) + i(4 + 2) = 2 + 6i,$

$z_1 \cdot z_2 = (3\cdot 1 - 4\cdot(-2)) + i(3\cdot(-2) + 4\cdot 1) = 11 - 2i.$

Bo‘lish amalini bajarish uchun kasrning surat va maxraji maxrajga qo‘shma songa ko‘paytiriladi, natijada maxraj haqiqiy songa aylanadi:

$z_1 / z_2 = (3 + 4i)(1 + 2i) / [(1 - 2i)(1 + 2i)] = (3 + 6i + 4i + 8i^2) / (1^2 + 2^2) = (-5 + 10i) / 5 = -1 + 2i.$

Alohida holat sifatida $z\cdot\bar{z} = x^2 + y^2$ tengligini keltirish mumkin, bu tenglik kompleks sonning moduli tushunchasi bilan bevosita bog‘liq. Shuningdek, kompleks sonning haqiqiy va mavhum qismlarini uning o‘zi va qo‘shmasi orqali quyidagicha ifodalash mumkin: $\mathrm{Re}\, z = (z + \bar{z})/2$, $\mathrm{Im}\, z = (z - \bar{z})/2i$. Bu formulalar keyinchalik kompleks funksiyalarni haqiqiy va mavhum qismlarga ajratishda muhim ahamiyat kasb etadi.

Kiritilgan amallar (ℂ, +, ·) to‘plamini algebraik maydon (field) strukturasiga ega qiladi [3]. Haqiqatan ham, qo‘shish va ko‘paytirish amallari kommutativlik ($z_1+z_2 = z_2+z_1$, $z_1z_2 = z_2z_1$) va assotsiativlik ($z_1+(z_2+z_3) = (z_1+z_2)+z_3$) xossalariga ega, ko‘paytirish qo‘shishga nisbatan distributiv ($z_1(z_2+z_3) = z_1z_2+z_1z_3$), qo‘shish bo‘yicha neytral element $0 = 0+0i$, ko‘paytirish bo‘yicha neytral element $1 = 1+0i$ mavjud, har bir $z = x+iy$ element uchun qo‘shish bo‘yicha teskari element $-z = -x-iy$, noldan farqli har bir element uchun esa ko‘paytirish bo‘yicha teskari element $z^{-1} = \bar{z}/|z|^2$ mavjud. Aynan shu xossalar tufayli kompleks sonlar to‘plami ustida haqiqiy sonlar to‘plamidagi kabi erkin algebraik amallarni bajarish mumkin, biroq ℂ to‘plamida chiziqli tartib munosabatini kiritib bo‘lmaydi, chunki bunday tartib maydon aksiomalari bilan mos kelmaydi (aks holda $i^2 = -1$ musbat son bo‘lishi kerak edi, bu esa ziddiyatga olib keladi).

Kompleks tekislik, modul va argument tushunchalari. Kompleks sonlarni geometrik talqin qilish uchun to‘g‘ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasi kiritiladi, bunda gorizontal o‘q haqiqiy o‘q (Re o‘qi), vertikal o‘q esa mavhum o‘q (Im o‘qi) deb ataladi. Bu holda har qanday $z = x + iy$ kompleks songa tekislikdagi M(x; y) nuqta yoki, ekvivalent ravishda, boshlang‘ich nuqtadan M nuqtagacha bo‘lgan $\overrightarrow{OM}$ radius-vektor mos qo‘yiladi. Bunday tekislik odatda Gauss tekisligi yoki kompleks tekislik deb yuritiladi [4].

z kompleks sonning moduli deb $\overrightarrow{OM}$ vektorning uzunligiga aytiladi va u $|z| = r = \sqrt{(x^2 + y^2)}$ formula orqali hisoblanadi. Geometrik nuqtayi nazardan modul koordinata boshidan M nuqtagacha bo‘lgan masofani ifodalaydi. z sonning argumenti deb $\overrightarrow{OM}$ vektor bilan haqiqiy o‘qning musbat yo‘nalishi orasidagi burchakka aytiladi va Arg z orqali belgilanadi; bu burchak 2π ga karrali qo‘shiluvchi aniqligida aniqlanganligi sababli $\mathrm{Arg}\, z = \arg z + 2k\pi$ ($k = 0, \pm1, \pm2, \ldots$) ko‘rinishida yoziladi, bunda arg z – argumentning bosh qiymati bo‘lib, $-\pi < \arg z \le \pi$ shartini qanoatlantiradi.

Argumentning bosh qiymatini hisoblashda z songa mos nuqtaning qaysi chorakda joylashganini hisobga olish zarur, chunki arktangens funksiyasi faqat $(-\pi/2; \pi/2)$ oralig‘ida qiymat qabul qiladi. Masalan, $z = -3 + 3i$ soni uchun modul $|z| = \sqrt{(9 + 9)} = 3\sqrt{2}$ ga teng, nuqta esa ikkinchi chorakda ($x < 0$, $y > 0$) joylashganligi sababli argument $\arg z = \pi + \arctg(3/(-3)) = \pi - \pi/4 = 3\pi/4$ formulasi orqali hisoblanadi. Demak, $z = -3 + 3i$ soni $|z| = 3\sqrt{2}$ va $\arg z = 3\pi/4$ kattaliklar bilan to‘liq aniqlanadi.

Trigonometrik va ko‘rsatkichli shakllar. Eyler formulasi. Modul va argument tushunchalaridan foydalanib,

ixtiyoriy z = x + iy kompleks sonni x = r cos φ, y = r sin φ almashtirishlar yordamida quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

z = r(cos φ + i sin φ), bunda r = |z|, φ = Arg z.

Bu ifoda kompleks sonning trigonometrik shakli deb ataladi. 1748-yilda Leonhard Eyler ko‘rsatkichli funksiya bilan trigonometrik funksiyalar orasidagi bog‘lanishni – cos φ + i sin φ = e^(iφ) tenglikni (Eyler formulasini) isbotladi. Ushbu formuladan foydalanib, trigonometrik shaklni yanada ixcham ko‘rsatkichli shaklga keltirish mumkin: z = r·e^(iφ). Ko‘rsatkichli shakl, ayniqsa, kompleks sonlarni ko‘paytirish, bo‘lish va darajaga ko‘tarishda algebraik shaklga nisbatan sezilarli qulaylik yaratadi, chunki bunday amallarda ko‘rsatkichli funksiyaning ma’lum xossalaridan (asoslar bir xil bo‘lganda ko‘rsatkichlarning qo‘shilishi) to‘g‘ridan-to‘g‘ri foydalanish mumkin [5].

Misol tariqasida $z = 1 + i\sqrt{3}$ sonini ko‘rib chiqamiz. Uning moduli $|z| = \sqrt{(1 + 3)} = 2$, argumenti esa birinchi chorakda joylashganligi sababli $\arg z = \operatorname{arctg}(\sqrt{3}/1) = \pi/3$ ga teng. Demak,

$1 + i\sqrt{3} = 2(\cos \pi/3 + i \sin \pi/3) = 2 \cdot e^{(i\pi/3)}$.

Muavr formulasi va uning tatbiqlari. Trigonometrik shakldagi ikki yoki undan ortiq kompleks sonlarni ko‘paytirishda ularning modullari o‘zaro ko‘paytiriladi, argumentlari esa o‘zaro qo‘shiladi:

$z_1 z_2 \ldots z_n = r_1 r_2 \ldots r_n [\cos(\varphi_1+\varphi_2+\ldots+\varphi_n) + i \sin(\varphi_1+\varphi_2+\ldots+\varphi_n)]$.

Agar bu tenglikda barcha ko‘paytuvchilar bir xil, ya’ni $z_1 = z_2 = \ldots = z_n = z$ bo‘lsa, quyidagi natijaga kelamiz:

$z^n = r^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$.

Ushbu tenglik Abraham de Muavr sharafiga Muavr formulasi deb yuritiladi va u kompleks sonni natural darajaga ko‘tarish masalasini ancha soddalashtiradi: buning uchun avvalo sonni trigonometrik (yoki ko‘rsatkichli) shaklga keltirish, so‘ngra formuladan foydalanish yetarli. Masalan, z = 1 + i sonining oltinchi darajasini hisoblaymiz. $|z| = \sqrt{2}$, $\arg z = \pi/4$ bo‘lgani uchun:

$(1+i)^6 = (\sqrt{2})^6 (\cos 6 \cdot \pi/4 + i \sin 6 \cdot \pi/4) = 8(\cos 3\pi/2 + i \sin 3\pi/2) = 8(0 - i) = -8i$.

Muavr formulasi nafaqat kompleks sonlarni darajaga ko‘tarish, balki karrali burchakning trigonometrik funksiyalarini (masalan, cos 3φ, sin 4φ kabi ifodalarni bir burchakning trigonometrik funksiyalari orqali) ifodalashda ham qo‘llaniladi, buning uchun $(\cos \varphi + i \sin \varphi)^n$ ifoda Nyuton binomi bo‘yicha yoyilib, natijaning haqiqiy va mavhum qismlari alohida ajratiladi. Bundan tashqari, formulaning ko‘rsatkichli shakldagi ekvivalenti $(e^{(i\varphi)})^n = e^{(in\varphi)}$ raqamli signallarni qayta ishlashda, xususan, diskret Furye almashtirishida kompleks eksponentalarning darajalarini hisoblashda keng qo‘llaniladi [6].

Kompleks sondan natural darajali ildiz chiqarish. z = r(cos φ + i sin φ) kompleks son berilgan bo‘lsin. w kompleks son z ning n-darajali ildizi ($w = \sqrt[n]{z}$) deyiladi, agar $w^n = z$ tengligi bajarilsa. $w = \rho(\cos \theta + i \sin \theta)$ deb olib, Muavr formulasidan foydalansak, $\rho^n(\cos n\theta + i \sin n\theta) = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ tengligiga ega bo‘lamiz, bundan $\rho = \sqrt[n]{r}$ (haqiqiy, manfiy bo‘lmagan ildiz) va $n\theta = \varphi + 2k\pi$, ya’ni $\theta = (\varphi + 2k\pi)/n$ kelib chiqadi. Shunday qilib:

$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \cdot [\cos((\varphi+2k\pi)/n) + i \sin((\varphi+2k\pi)/n)]$, $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.

Formuladan ko‘rinib turibdiki, $z \neq 0$ bo‘lganda n-darajali ildiz aynan n ta har xil qiymatga ega bo‘ladi va geometrik nuqtayi nazardan bu qiymatlar markazi koordinata boshida, radiusi $\sqrt[n]{r}$ ga teng aylanaga ichki chizilgan muntazam n-burchakning uchlarida joylashadi. Misol sifatida $z = -8i$ sonining kub ildizlarini topamiz. Bu yerda $|z| = 8$, son manfiy mavhum o‘qda yotgani uchun $\arg z = -\pi/2$. Demak:

$\sqrt[3]{(-8i)} = 2[\cos((-\pi/2+2k\pi)/3) + i \sin((-\pi/2+2k\pi)/3)]$, $k = 0, 1, 2$.

$k = 0$ da $w_0 = 2(\cos(-\pi/6) + i \sin(-\pi/6)) = \sqrt{3} - i$; $k = 1$ da $w_1 = 2(\cos(\pi/2) + i \sin(\pi/2)) = 2i$; $k = 2$ da $w_2 = 2(\cos(7\pi/6) + i \sin(7\pi/6)) = -\sqrt{3} - i$. Olingan uchta qiymatni tekshirish uchun ularning kubini hisoblash kifoya – barchasi $-8i$ ga teng bo‘ladi, bu esa natijaning to‘g‘riligini tasdiqlaydi.

Kompleks o‘zgaruvchili funksiyalar va integral tushunchasiga kirish. Kompleks sonlar nazariyasining mantiqiy davomi sifatida kompleks o‘zgaruvchili funksiyalar nazariyasi shakllanadi. Agar biror $D \subset \mathbb{C}$ to‘plamning har bir z nuqtasiga muayyan qonuniyat bo‘yicha yagona w kompleks son mos qo‘yilsa, w = f(z) kompleks funksiya berilgan deyiladi. z = x + iy va w = u + iv deb yozib, funksiyani ikkita haqiqiy o‘zgaruvchili haqiqiy funksiyalar orqali f(z) = u(x,y) + i·v(x,y) ko‘rinishida ifodalash mumkin [1].

f(z) funksiya z_0 nuqtada (kompleks ma’noda) differensiallanuvchi bo‘lishi uchun $\lim(\Delta z \to 0) [f(z_0+\Delta z) - f(z_0)]/\Delta z$ limit mavjud va Δz ning nolga intilish yo‘nalishidan qat’i nazar bir xil bo‘lishi talab etiladi. Bu shart haqiqiy o‘zgaruvchili funksiyalar uchun differensiallanuvchanlik shartidan ancha kuchliroq bo‘lib, u(x,y) va v(x,y) funksiyalarning Koshi–Riman shartlari deb ataluvchi $\partial u/\partial x = \partial v/\partial y$, $\partial u/\partial y = -\partial v/\partial x$ tengliklarni qanoatlantirishiga ekvivalentdir. Ushbu shartlarni qanoatlantiruvchi va uzluksiz xususiy hosilalarga ega bo‘lgan funksiya analitik (golomorf) funksiya deb ataladi [2; 7].

Kompleks o‘zgaruvchili funksiyaning C egri chiziq bo‘yicha integrali quyidagicha aniqlanadi: C egri chiziq n ta bo‘lakka bo‘linib, har bir bo‘lakda ixtiyoriy ζ_k nuqta tanlanadi, so‘ngra $\sum f(\zeta_k)\Delta z_k$ yig‘indining bo‘laklar sonini cheksizlikka, eng katta bo‘lak uzunligini esa nolga intiltirgandagi limiti izlanadi:

$\int_C f(z)\,dz = \lim(n \to \infty) \sum f(\zeta_k)\,\Delta z_k$.

Bu integral z = x+iy va f(z) = u+iv ekanligini hisobga olgan holda, ikkita haqiqiy egri chiziqli integral yig‘indisi

orqali ham ifodalanadi: ∫_C f(z)dz = ∫_C(u dx – v dy) + i∫_C(v dx + u dy). Agar f(z) funksiya berilgan D sohada analitik bo‘lsa va C – shu sohada yotuvchi berk egri chiziq bo‘lsa, Koshi integral teoremasiga ko‘ra ∫_C f(z) dz = 0 tengligi o‘rinli bo‘ladi. Bu teoremaning tabiiy natijasi sifatida Koshi integral formulasi kelib chiqadi:

$f(z_0) = (1/2\pi i) \int_C f(z)/(z - z_0)\, dz,$

bunda z_0 – C egri chiziq bilan chegaralangan sohaning ichki nuqtasi. Bu formula analitik funksiyaning berk kontur ichidagi ixtiyoriy nuqtadagi qiymatini shu kontur bo‘yicha olingan integral orqali topish imkonini beradi va u qoldiqlar nazariyasi hamda ko‘plab haqiqiy aniq integrallarni hisoblash usullarining nazariy asosini tashkil etadi [3].

Keltirilgan tushunchalarni misolda ko‘rsatish uchun C sifatida markazi koordinata boshida, radiusi 1 ga teng, musbat yo‘nalishda aylanib o‘tiladigan aylanani olamiz va f(z) = 1/z funksiyaning shu kontur bo‘yicha integralini hisoblaymiz. z = e^(iθ), 0 ≤ θ ≤ 2π parametrlashdan foydalansak, dz = i·e^(iθ) dθ bo‘ladi va integral quyidagicha hisoblanadi:

$\int_C dz/z = \int_0^{(2\pi)} (i\cdot e^{(i\theta)})/e^{(i\theta)}\, d\theta = \int_0^{(2\pi)} i\, d\theta = 2\pi i.$

Olingan natija f(z) = 1/z funksiya z = 0 nuqtada maxsuslikka ega bo‘lgani uchun Koshi teoremasi bu holda qo‘llanilmasligini va integral nolga teng bo‘lmasligini yaqqol ko‘rsatadi; aynan shunday maxsus nuqtalardagi “qoldiqlarni” hisoblash orqali murakkab konturlar bo‘yicha integrallarni topish mumkinligi qoldiqlar nazariyasining asosiy g‘oyasini tashkil etadi.

Kompleks tahlil apparatining zamonaviy fan va texnikadagi tatbiqlari. Kompleks sonlar va kompleks funksiyalar nazariyasi zamonaviy fan-texnikaning ko‘plab sohalarida asosiy matematik vosita sifatida qo‘llaniladi. Elektrotexnikada o‘zgaruvchan tok zanjirlarining impedansi, kuchlanish va tok kattaliklari kompleks sonlar orqali ifodalanadi, bu esa Om va Kirxgof qonunlarini algebraik tenglamalar ko‘rinishida yechish imkonini beradi. Tebranishlar va to‘lqinlar nazariyasida garmonik jarayonlar e^(iωt) ko‘rinishidagi kompleks eksponentalar yordamida ixcham tasvirlanadi [6].

Kvant mexanikasida zarrachaning holat funksiyasi (to‘lqin funksiyasi) tabiatan kompleks qiymatli bo‘lib, Shredinger tenglamasi kompleks o‘zgaruvchilar orqali yoziladi. Gidro- va aerodinamikada ikki o‘lchamli potensial oqimlar kompleks potensial yordamida o‘rganiladi, bu esa konform akslantirish usuli orqali murakkab geometrik sohalardagi oqim masalalarini soddaroq sohalarga keltirib yechish imkonini beradi [2]. Boshqaruv nazariyasida tizim barqarorligini tahlil qilishning Naykvist mezoni hamda signallarni qayta ishlashda Furye va Laplas almashtirishlari to‘liq kompleks tahlil apparatiga tayanadi. Nihoyat, fraktal geometriyada mashhur Mandelbrot va Julia to‘plamlari kompleks tekislikdagi $z^n + c$ ko‘rinishidagi iteratsion jarayonlar orqali qurilib, zamonaviy hisoblash matematikasining vizual namunalaridan biriga aylangan.

Mavzuni o‘qitishning uslubiy jihatlari. Kompleks sonlar mavzusini oliy ta’lim muassasalarida o‘qitish tajribasi shuni ko‘rsatadiki, talabalarda ko‘pincha mavhum birlikning “real” ma’nosini tasavvur qilishda qiyinchilik yuzaga keladi, chunki bu tushuncha kundalik sonlar bilan ishlash tajribasidan farq qiladi. Ushbu muammoni bartaraf etishning samarali yo‘li – mavzuni izchil ravishda uch bosqichda taqdim etishdir: birinchi bosqichda kompleks sonni sof algebraik simvol sifatida, ikkinchi bosqichda tekislikdagi nuqta yoki vektor sifatida geometrik talqin qilish, uchinchi bosqichda esa uni burish va cho‘zish amalini bajaruvchi operator sifatida ko‘rsatish tavsiya etiladi. Xususan, ixtiyoriy z sonni e^(iφ) ga ko‘paytirish geometrik jihatdan z vektorini φ burchakka burishga teng ekanligini ko‘rsatish talabalarda tushunchani chuqur o‘zlashtirishga xizmat qiladi.

Amaliy mashg‘ulotlarda nazariy formulalarni ko‘p sonli misollar orqali mustahkamlash, xususan, har bir yangi tushunchadan (modul, argument, trigonometrik shakl, Muavr formulasi, ildiz chiqarish) so‘ng talabalarga mustaqil yechish uchun bir necha darajadagi topshiriqlar va nazorat savollari berish maqsadga muvofiqdir. Shuningdek, zamonaviy hisoblash vositalari (masalan, GeoGebra yoki Desmos kabi dasturlar) yordamida kompleks sonlarning geometrik talqinini interfaol tarzda vizuallashtirish o‘quv jarayonining samaradorligini sezilarli darajada oshiradi.

XULOSA VA TAKLIFLAR

O‘tkazilgan tahlil shuni ko‘rsatadiki, kompleks sonlar nazariyasi haqiqiy sonlar to‘plamining tabiiy va zaruriy kengaytmasi bo‘lib, u algebra, geometriya va matematik tahlilning uyg‘un sintezini o‘zida mujassam etadi. Kompleks sonning algebraik, trigonometrik va ko‘rsatkichli shakllari bir-birini to‘ldiruvchi vositalar bo‘lib, muayyan masalani yechishda ulardan qaysi birini tanlash masala mazmuniga bog‘liq holda aniqlanadi: algebraik shakl qo‘shish-ayirish amallari uchun, trigonometrik va ko‘rsatkichli shakllar esa ko‘paytirish, bo‘lish, darajaga ko‘tarish va ildiz chiqarish amallari uchun qulayroqdir.

Muavr formulasi va undan kelib chiquvchi ildiz chiqarish formulasi kompleks sonlar bilan ishlashning kuchli algebraik vositasi hisoblanadi, kompleks o‘zgaruvchili funksiyalar, analitiklik va kontur integrali tushunchalari esa bu nazariyani matematik tahlilning mustaqil va boy sohasiga aylantiradi. Ushbu bilimlarning mustahkam o‘zlashtirilishi nafaqat “Kompleks o‘zgaruvchili funksiyalar nazariyasi” fanini muvaffaqiyatli o‘rganish uchun, balki

fizika, muhandislik va axborot texnologiyalari sohalaridagi amaliy masalalarni yechish uchun ham zarur poydevor yaratadi.

Tadqiqot natijalari asosida quyidagi takliflar ilgari suriladi: birinchidan, kompleks sonlar mavzusini algebraik, geometrik va operator talqinlari orqali uch bosqichda izchil o‘qitish; ikkinchidan, har bir yangi tushunchadan so‘ng turli murakkablik darajasidagi mustaqil topshiriqlar va nazorat savollarini tizimli qo‘llash; uchinchidan, GeoGebra, Desmos kabi dasturiy vositalar yordamida kompleks tekislikdagi amallarni interfaol vizuallashtirish; to‘rtinchidan, kompleks o‘zgaruvchili funksiyalar nazariyasiga o‘tishdan oldin talabalarning algebraik shakl, geometrik talqin va Eyler formulasini mustahkam o‘zlashtirganligini nazorat qilish. Kelgusi tadqiqotlarda mazkur mavzuni qoldiqlar nazariyasi, konform akslantirishlar va ularning muhandislik masalalariga tatbiqi yo‘nalishida davom ettirish maqsadga muvofiqdir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Sveshnikov, A. G., & Tixonov, A. N. (2010). *Kompleks o‘zgaruvchili funksiyalar nazariyasi*. Moskva: Nauka.
2. Lavrentyev, M. A., & Shabat, B. V. (1987). *Metody teorii funktsiy kompleksnogo peremennogo*. Moskva: Nauka.
3. Privalov, I. I. (1984). *Vvedenie v teoriyu funktsiy kompleksnogo peremennogo*. Moskva: Nauka.
4. Sadullayev, A., & Xudayberganov, G. (2016). *Kompleks tahlil asoslari*. Toshkent: O‘zbekiston.
5. Ahmedov, A. A., & Vaisova, N. B. (2018). *Oliy matematika: to‘liq kurs*. Toshkent: Tafakkur.
6. Boas, M. L. (2006). *Mathematical Methods in the Physical Sciences*. New Jersey: Wiley.
7. Markushevich, A. I. (1968). *Teoriya analiticheskikh funktsiy*. Moskva: Nauka.

muhandislik & iqtisodiyot

ijtimoiy-iqtisodiy, innovatsion texnik,
fan va ta'limga oid ilmiy-amaliy jurnal

Ingliz tili muharriri: Feruz Hakimov

Musahhih: Zokir Alibekov

Sahifalovchi va dizayner: Abdurahmon Qurbonov

2026. № 9

© Materiallar ko'chirib bosilganda "Muhandislik va iqtisodiyot" jurnali manba sifatida ko'rsatilishi shart. Jurnalda bosilgan material va reklamalardagi dalillarning aniqligiga mualliflar ma'sul. Tahririyat fikri har vaqt ham mualliflar fikriga mos kelamasligi mumkin. Tahririyatga yuborilgan materiallar qaytarilmaydi.

"Muhandislik va iqtisodiyot" jurnali 26.06.2023-yildan
O'zbekiston Respublikasi Prezidenti Adminstratsiyasi huzuridagi
Axborot va ommaviy kommunikatsiyalar agentligi tomonidan
№S–5669245 reyestr raqami tartibi bo'yicha ro'yxatdan o'tkazilgan.
Litsenziya raqami: №095310.

**Manzilimiz: Toshkent shahri Yunusobod
tumani 15-mavze 19-uy**



+998 93 718 40 07 https://muhandislik-iqtisodiyot.uz/index.php/journal t.me/yait_2100