

MUHANDISLIK

& IQTISODIYOT

ijtimoiy-iqtisodiy, innovatsion texnik,
fan va ta'limga oid ilmiy-amaliy jurnal

№12

2025
dekabr

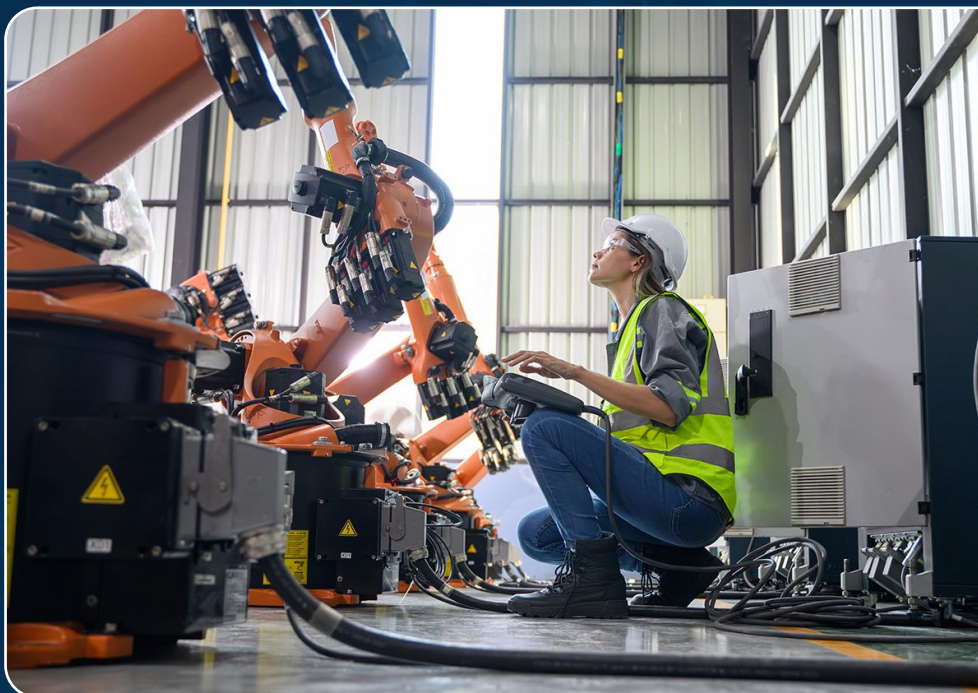


Milliy nashrlar

OAK: <https://oak.uz/pages/4802>

05.00.00 – Texnika fanlari

08.00.00 – Iqtisodiyot fanlar



Google Scholar

OPEN ACCESS

ULRICHSWEB[®]
GLOBAL SERIALS DIRECTORY

Academic
Resource
Index
ResearchBib

ISSN
INTERNATIONAL
STANDARD
SERIAL
NUMBER
INTERNATIONAL CENTRE

CYBERLENINKA

OpenAIRE

ROAD

INDEX
COPERNICUS
INTERNATIONAL

BASE

Crossref

НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ
БИБЛИОТЕКА
LIBRARY.RU



ISSN: 3060-463X

РЭУ.РФ
РОССИЙСКИЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Г.В. ПЛЕХАНОВА
ТАШКЕНТСКИЙ ФИЛИАЛ



muhandislik & iqtisodiyot

ijtimoiy-iqtisodiy, innovatsion texnik,
fan va ta'limga oid ilmiy-amaliy jurnal

Elektron nashr, 220 sahifa.
2025-yil, dekabr

Bosh muharrir:

Zokirova Nodira Kalandarovna, iqtisodiyot fanlari doktori, DSc, professor

Bosh muharrir o'rinbosari:

Shakarov Zafar G'afarovich, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori, PhD, dotsent

Tahrir hay'ati:

Abduraxmanov Kalendar Xodjayevich, O'z FA akademigi, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Sharipov Kongratbay Avezimbetovich, texnika fanlari doktori, professor

Maxkamov Baxtiyor Shuxratovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Abduraxmanova Gulnora Kalandarovna, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Shaumarov Said Sanatovich, texnika fanlari doktori, professor

Turayev Bahodir Xatamovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Nasimov Dilmurod Abdulloyevich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Allayeva Gulchexra Jalgasovna, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Arabov Nurali Uralovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Maxmudov Odiljon Xolmirzayevich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Xamrayeva Sayyora Nasimovna, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Bobonazarova Jamila Xolmurodovna, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Irmatova Aziza Baxromovna, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Bo'taboyev Mahammadjon To'ychiyevich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Shamshiyeva Nargizaxon Nosirxuja kizi, iqtisodiyot fanlari doktori, professor,

Xolmuxamedov Muhsinjon Murodullayevich, iqtisodiyot fanlari nomzodi, dotsent

Xodjayeva Nodiraxon Abdurashidovna, iqtisodiyot fanlari nomzodi, dotsent

Amanov Otabek Amankulovich, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD), dotsent

Toxirov Jaloliddin Ochil o'g'li, texnika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)

Qurbonov Samandar Pulatovich, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)

Zikriyoyev Aziz Sadulloyevich, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)

Tabayev Azamat Zaripbayevich, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)

Sxay Lana Aleksandrovna, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD), dotsent

Ismoilova Gulnora Fayzullayevna, iqtisodiyot fanlari nomzodi, dotsent

Djumaniyazov Umrbek Ilxamovich, iqtisodiyot fanlari nomzodi, dotsent

Kasimova Nargiza Sabitdjanovna, iqtisodiyot fanlari nomzodi, dotsent

Kalanova Moxigul Baxritdinovna, dotsent

Ashurzoda Luiza Muxtarovna, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)

Sharipov Sardor Begmaxmat o'g'li, iqtisodiyot fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)

Sharipov Botirali Roxataliyevich, iqtisodiyot fanlari nomzodi, professor

Tursunov Ulug'bek Sativoldiyevich, iqtisodiyot fanlari doktori (DSc), dotsent

Bauyetdinov Majit Janizaqovich, Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti dotsenti, PhD

Botirov Bozorbek Musurmon o'g'li, Texnika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)

Sultonov Shavkatjon Abdullayevich, Kimyo fanlari doktori, (DSc)

Jo'raeva Malohat Muhammadovna, filologiya fanlari doktori (DSc), professor.

muhandislik & iqtisodiyot

ijtimoiy-iqtisodiy, innovatsion texnik,
fan va ta'limga oid ilmiy-amaliy jurnal

- 05.01.00 – Axborot texnologiyalari, boshqaruv va kompyuter grafikasi
- 05.01.01 – Muhandislik geometriyasi va kompyuter grafikasi. Audio va video texnologiyalari
- 05.01.02 – Tizimli tahlil, boshqaruv va axborotni qayta ishlash
- 05.01.03 – Informatikaning nazariy asoslari
- 05.01.04 – Hisoblash mashinalari, majmualari va kompyuter tarmoqlarining matematik va dasturiy ta'minoti
- 05.01.05 – Axborotlarni himoyalash usullari va tizimlari. Axborot xavfsizligi
- 05.01.06 – Hisoblash texnikasi va boshqaruv tizimlarining elementlari va qurilmalari
- 05.01.07 – Matematik modellash
- 05.01.11 – Raqamli texnologiyalar va sun'iy intellekt
- 05.02.00 – Mashinasozlik va mashinashunoslik
- 05.02.08 – Yer usti majmualari va uchish apparatlari
- 05.03.02 – Metrologiya va metrologiya ta'minoti
- 05.04.01 – Telekommunikatsiya va kompyuter tizimlari, telekommunikatsiya tarmoqlari va qurilmalari. Axborotlarni taqsimlash
- 05.05.03 – Yorug'lik texnikasi. Maxsus yoritish texnologiyasi
- 05.05.05 – Issiqlik texnikasining nazariy asoslari
- 05.05.06 – Qayta tiklanadigan energiya turlari asosidagi energiya qurilmalari
- 05.06.01 – To'qimachilik va yengil sanoat ishlab chiqarishlari materialshunosligi
- 05.08.03 – Temir yo'l transportini ishlatish
- 05.09.01 – Qurilish konstruksiyalari, bino va inshootlar
- 05.09.04 – Suv ta'minoti. Kanalizatsiya. Suv havzalarini muhofazalovchi qurilish tizimlari
- 10.00.06 – Qiyosiy adabiyotshunoslik, chog'ishtirma tilshunoslik va tarjimashunoslik
- 10.00.04 – Yevropa, Amerika va Avstraliya xalqlari tili va adabiyoti
- 08.00.01 – Iqtisodiyot nazariyasi
- 08.00.02 – Makroiqtisodiyot
- 08.00.03 – Sanoat iqtisodiyoti
- 08.00.04 – Qishloq xo'jaligi iqtisodiyoti
- 08.00.05 – Xizmat ko'rsatish tarmoqlari iqtisodiyoti
- 08.00.06 – Ekonometrika va statistika
- 08.00.07 – Moliya, pul muomalasi va kredit
- 08.00.08 – Buxgalteriya hisobi, iqtisodiy tahlil va audit
- 08.00.09 – Jahon iqtisodiyoti
- 08.00.10 – Demografiya. Mehnat iqtisodiyoti
- 08.00.11 – Marketing
- 08.00.12 – Mintaqaviy iqtisodiyot
- 08.00.13 – Menejment
- 08.00.14 – Iqtisodiyotda axborot tizimlari va texnologiyalari
- 08.00.15 – Tadbirkorlik va kichik biznes iqtisodiyoti
- 08.00.16 – Raqamli iqtisodiyot va xalqaro raqamli integratsiya
- 08.00.17 – Turizm va mehmonxona faoliyati

Ma'lumot uchun, OAK

Rayosatining 2024-yil 28-avgustdagi 360/5-son qarori bilan "Dissertatsiyalar asosiy ilmiy natijalarini chop etishga tavsiya etilgan milliy ilmiy nashrlar ro'yxati"ga texnika va iqtisodiyot fanlari bo'yicha "Muhandislik va iqtisodiyot" jurnali ro'yxatga kiritilgan.

Muassis: "Tadbirkor va ishbilarmon" MChJ

Hamkorlarimiz:

1. Toshkent shahridagi G.V.Plexanov nomidagi Rossiya iqtisodiyot universiteti
2. Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti
3. Toshkent irrigatsiya va qishloq xo'jaligini mexanizatsiyalash muhandislari instituti" milliy tadqiqot universiteti
4. Islom Karimov nomidagi Toshkent davlat texnika universiteti
5. Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti
6. Toshkent davlat transport universiteti
7. Toshkent arxitektura-qurilish universiteti
8. Toshkent kimyo-texnologiya universiteti
9. Jizzax politexnika instituti



MUNDARIJA

RASMIY RIVOJLANISH YORDAMI (OFFICIAL DEVELOPMENT ASSISTANCE, ODA) ORQALI O'ZBEKISTONDA DAVLAT MOLIYASINI BOSHQARISH (PUBLIC FINANCIAL MANAGEMENT, PFM) TIZIMINI TAKOMILLASHTIRISH	24
<i>Pulatov Dilshod Haqberdiyevich, Ulug'ova Maftunabonu To'liqinovna</i>	
INNOVATIVE TECHNOLOGIES IN LEADING WHEAT-PRODUCING COUNTRIES.....	28
<i>Turayeva Gulizahro</i>	
BLOKCHEYN TIZIMLARI UCHUN XESH FUNKSIYALARNI TANLASH MEZONLARI VA SAMARADORLIK KO'RSATKICHLARI TAHLILI	32
<i>Abduraximov Baxtiyor, Allanov Orif, Turdibekov Baxtiyor</i>	
RIVOJLANGAN DAVLATLAR TAJRIBASI ASOSIDA KICHIK KORXONALARDA ISHLAB CHIQARISHNI SAMARALI TASHKIL ETISH MODELLARI: NAMANGAN VILOYATI MISOLIDA	39
<i>Xonto'rayev Obbosxon Kamolxon o'g'li</i>	
ISSIQLIK AKKUMULYATORINING RAZRYADLANISH JARAYONIDA SUYUQLIK QATLAMLARIDA HARORAT TAQSIMLANISHINING BIR O'LCHOVLI MODEL	43
<i>B.A. Hikmatov, M.S. Mirzayev</i>	
ISLOM MOLIYASI TAMOIYILLARI ASOSIDA YASHIL LOYIHALARNI MOLIYALASHTIRISH IMKONIYATLARI.....	49
<i>Safarova Nasiba Gulmurod qizi</i>	
ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ В ОБУЧЕНИИ СПЕЦИАЛИСТОВ ПО ИНФОРМАЦИОННЫМ ТЕХНОЛОГИЯМ.....	54
<i>Даниярова Улбосын Куатбаевна</i>	
YANGI TURDAGI IKKI QATLAMLI TRIKOTAJ TO'QIMALARI KO'RSATKICHLARINI KOMPLEKS BAHOLASH	58
<i>Ergasheva Rashida Abdug'aniyevna</i>	
HALQALI YIGIRISH MASHINASIDA BURAM UCHBURCHAGINING IP UZILISHIGA BOG'LIQLIGINI TADQIQI.....	62
<i>Soliyev Azizbek Kamoldinovich</i>	
НОВЫЕ ТЕНДЕНЦИИ ТУРИЗМА 2030: СТРАТЕГИЧЕСКИЕ ОРИЕНТИРЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ УЗБЕКИСТАНА	69
<i>Голышева Елена Вячеславовна</i>	
STRATEGIK JARAYONNING MODELLARI	76
<i>Musayeva Dilnoza Dilshatovna</i>	
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОЦЕНКИ СТОИМОСТИ КВАРТИР В МНОГОЭТАЖНЫХ ДОМАХ.....	81
<i>Уринов Адхамжон Акбарович</i>	
MATERIALLARNI MURAKKAB YASSI TRAEKTORIYALAR BO'YICHA DEFORMASIYALANTIRISHDA PLASTIK DEFORMASIYALANISH JARAYONLARI	88
<i>A.Xakimov, X.Xakimov</i>	
TIJORAT BANKLARI TOMONIDAN LOYIHALARNI ISLOM MOLIYA INSTRUMENTLARI ORQALI MOLIYALASHTIRISH YO'LLARI.....	95
<i>Xaitov Shaxzod Sharipboyevich</i>	
SANOAT KORXONALARINING RAQOBATBARDOSHLIGINI OSHIRISH CHORA-TADBIRLARINING KETMA KETLIGI	102
<i>Xusanova Maloxat Mengnorovna</i>	
TO'QIMACHILIK KORXONALARIDA LOGISTIKA XARAJATLARI TAHLILI	107
<i>Saidova Kamola Xoshimovna</i>	



OZIQ-OVQAT SANOATINI IQTISODIY RIVOJLANTIRISHDA EKOLOGIK MUAMMOLAR VA ULARNI YECHISHNING METODOLOGIK YONDASHUVLARI	111
Tleuv Niyetulla Raxmanovich	
YUQORI MUSTAHKAM KOMPOZIT ARMATURALARDAN FOYDALANILGAN TEMIRBETON KONSTRUKSIYALARNING YUK KO'TARUVCHANLIGI VA UZOQ MUDDATLI DEFORMATSIYALARINI BAHOLASH	114
Mamajanova Odina Alisher qizi	
KORXONALARDA DAROMADLILIK KO'RSATKICHLARINI BAHOLASHNING ZAMONAVIY YONDASHUVLARI	119
Farog'at Xo'jabekova, Eshankulova Nafisa Komiljon qizi	
TEMIR YO'L INFRATUZILMASIDA YASHIL IQTISODIYOT TAMOYILLARINI QO'LLASH: CSR, ESG VA PRI ASOSIDA BARQAROR RIVOJLANISH STRATEGIYASINI SHAKLLANTIRISH	124
Abduraxmanova Muqaddas Toxtasinovna	
THE ROLE OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN OPTIMIZING MARKETING AND EDUCATIONAL PROCESSES IN HIGHER EDUCATION	128
Sadikov Shoxrux Shuhratovich	
BANK FAOLIYATIDA "YASHIL" MOLIYAVIY VOSITALARDAN FOYDALANISHNING NAZARIY ASOSLARI.....	133
Abduraxmonov Alimardon Sodiq o'g'li	
TIJORAT BANKLARI TOMONIDAN LOYIHALARNI ISLOM MOLIYA INSTRUMENTLARI ORQALI MOLIYALASHTIRISH YO'LLARI	139
Xaitov Shaxzod Sharipboyevich	
BOSHQARUV PSIXOLOGIYASIGA DOIR MUAMMOLARNI BARTARAF ETISHNING ZAMONAVIY YO'NALISHLARI	145
Aripov Oybek Abdullayevich	
TADBIRKORLIK SUBYEKTLARIDA INNOVATSIYALARNI JORIY ETISHNING IQTISODIY SAMARALARI	150
Karimov Nodirbek	
УТИЛИЗАЦИЯ ПОБОЧНЫХ ПРОДУКТОВ ПЕРЕРАБОТКИ ХЛОПКА ДЛЯ СИНТЕЗА АНТИКОРРОЗИОННЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ ПОКРЫТИЙ.....	155
Ситмуратов Тулкинбек Сабирбаевич, Баходиров Худайберган Баходир угли	
SANOAT KORXONALARIDA MOLIYAVIY BARQARORLIKNI TA'MINLASHNING METODOLOGIK ASOSLARI.....	163
Ergashev Muhibbek Aslam o'g'li	
O'ZBEKISTON TO'QIMACHILIK SANOATIDA XORIJIY INVESTITSİYALAR SAMARADORLIGINI OSHIRISH YO'NALISHLARI	168
Nazarova A.N.	
АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА РАСЧЁТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ СОТРУДНИКОВ ОРГАНИЗАЦИИ	172
Шухратов Мамуржон Шухрат угли	
BLOCKCHIAN, IOT (INTERNET OF THINGS) NING IQTISODIY SOHALARDA QO'LLANISHI	178
Avazov Ergash Xidirberdiyevich	
O'ZBEKISTONDA INVESTITSİYALARNI MOLIYAVIY BOSHQARISHNING JORIY HOLATI VA EKONOMETRIK TAHLILLAR ASOSIDA KELGUSI YILLAR PROGNOZI.....	182
Ismailov Dilshod Anvarjonovich	
QISHLOQ XO'JALIGI KLASSTERLARI MOLIYAVIY HOLATINING NAZARIY JIHATLARI	190
Dildora Yuldasheva	
TURIZM SOHASIDA TRANSPORT XIZMATLARINING HOLATI	194
Xalimov Shaxboz Xalimovich	
MAHALLA BUDJETI VA SOLIQLARNING YIG'ILUVCHANLIGINI OSHIRISH YO'LLARI	200
Abdullayev Zafarbek Safibullayevich	



BUDJET TASHKILOTLARIDA QURILISH-TA'MIRLASH XARAJATLARI HISOBINING USLUBIY JIHATLARI.....	206
Azizova Zilola Lochinovna	
KOSHI – BUNYAKOVSKIY – SHVARS INTEGRAL TENGSIZLIGI VA UNING IQTISODIYOTDAGI ROLI.....	212
Saipnazarov Shaylovbek Aktamovich	



KOSHI – BUNYAKOVSKIY – SHVARS INTEGRAL TENGSIZLIGI VA UNING IQTISODIYOTDAGI ROLI

Saipnazarov Shaylovbek Aktamovich

TDIU, Oliy va amaliy matematika kafedrası dotsenti

Annotatsiya. Iqtisodiy jarayonlarni modellashtirishda integral tengsizlikni va tengliklarni iqtisodiyotdagi ahamiyatini baholash uchun bu tengsizlikka doir iqtisodiy masalalar ko'rib chiqildi.

Kalit so'zlar: integral, integral tengsizlik, funksiya, vektor, kovariatsiya, korrelyasiya.

Abstract. In modeling economic processes, economic problems related to this integral inequality were examined and analyzed in order to assess the significance of integral equalities and inequalities in the economy.

Keywords: integral, integral inequality, function, vector, covariance, correlation.

Аннотация. Для оценки значимости интегрального неравенства и равенств в экономике при моделировании экономических процессов были рассмотрены экономические вопросы, связанные с этим неравенством.

Ключевые слова: интеграл, интегральное неравенство, функция, вектор, ковариация, корреляция.

KIRISH

Koshi - Bunyakovskiy - Shvars tengsizligi matematikaning funksional tahlil va integrallar nazariyasidagi muhim tengsizliklardan biri. U ma'lum shartlar ostida ikki funksiyaning ko'paytmasi integrali bilan ularning alohida kvadratlari integrallari orasidagi bog'lanishni ko'rsatadi. Koshi - Bunyakovskiy tengsizligi matematikadagi eng muhim va ko'p qo'llaniladigan tengsizliklardan biri bo'lib, u faqat nazariy jihatdan emas, balki turli sohalardagi amaliy masalalarda ham keng qo'llaniladi.

Bu tengsizlik vektorlar, funksiyalar va statistik ma'lumotlar orasidagi bog'lanishlarni baholashda asosiy vosita hisoblanadi. Ko'p hollarda signallar funksiyalar sifatida qaraladi va ularning energiyasi integrallar orqali baholanadi.

Koshi - Bunyakovskiy tengsizligi orqali ikki signal orasidagi korrelyasiya baholanadi. Bu tengsizlik oddiy Koshi - Bunyakovskiy tengsizlikning integral shakli bo'lib, funksiyalar orasida o'rtacha o'zaro ta'sir chegarasini belgilaydi. Undan matematik tahlil, funksional tahlil, kvant mexanikasi, ehtimolliklar nazariyasi, signallar ishlovi va boshqa sohalarda foydalanish mumkin.

MAVZUGA OID ADABIYOTLAR TAHLILI

Koshi-Bunyakovskiy-Shvars tengsizligi matematikaning ko'plab sohalarida, ayniqsa, integral hisob, funksional tahlil, metrik fazolar va ehtimolliklar nazariyasida muhim o'rin tutadi. Uning ildizi XIX asrdagi klassik matematik ishlarga borib taqaladi.

Birinchilardan bo'lib Ogyusten Koshi (A.L. Cauchy, 1821) o'zining "Cours d'analyse" asarida ikki vektorning skalyar ko'paytmasi uchun tengsizlik shartini keltirgan.

Keyinchalik Viktor Bunyakovskiy (V.Ya. Bunyakovsky, 1859) bu tengsizlikni integral shaklga umumashtirib, funksiyalar uchun qo'llash imkoniyatini ko'rsatdi. Shundan so'ng, German Shvars (H.A. Schwarz, 1888) uning umumiy ko'rinishini berib, funksional fazolardagi qo'llanilishini asoslab berdi.

Koshi-Bunyakovskiy-Shvars tengsizligi haqidagi klassik natijalar keyinchalik ko'plab mualliflar tomonidan chuqur o'rganilgan.

Xususan:

- G. Xardi, Dj. Littlvud va G. Polia (1934) o'zlarining "Inequalities" nomli mashhur asarida Koshi-Bunyakovskiy-Shvars tengsizligini Xelder va Minkovskiy tengsizliklari bilan bog'lab, uning keng qo'llanilish sohalarini ko'rsatganlar.



- K. R. Chandasekaran (1969) tomonidan funksional tahlildagi Yevklid fazolari uchun Koshi-Bunyakovskiy-Shvars tengsizligining geometrik ma'nosi tahlil qilingan.

- V. M. Tixomirov (1975) "Matematicheskii analiz" darsligida Koshi-Bunyakovskiy-Shvars tengsizligining integral va yig'indi ko'rinishlari uchun isbotlar va misollar keltirilgan.

- A. N. Burbaki (1981) asarlarida bu tengsizlik metrik fazolar va Gilbert fazolari uchun asosiy aksiomalar sifatida keltiriladi.

Shuningdek, keyingi yillarda Koshi-Bunyakovskiy-Shvars tengsizligining kvant mexanikasida, ehtimolliklar nazariyasida va raqamli tahlilda qo'llanilishi bo'yicha qator ishlanmalar mavjud. Masalan,

- R. Bellman (2003) "A Brief introduction to inequalities" asarida Koshi-Bunyakovskiy-Shvars tengsizligi statistik muammolar va optimallashtirishda qo'llanilishini ko'rsatgan.

- F. Riesz va B. Sz. – Nady (2012) "Functional Analysis" kitobida Koshi-Bunyakovskiy-Shvars tengsizligi Gilbert fazolarida ichki ko'paytma bilan bog'liq asosiy xossa sifatida izohlangan.

Shu tariqa, mavjud adabiyotlarning tahlilidan ko'rinib turibiki, Koshi-Bunyakovskiy-Shvars integral tengsizligi nafaqat nazariy ahamiyatga ega, balki amaliyotda ham keng qo'llaniladigan universal matematik qonunlardan hisoblanadi.

TADQIQOT METODOLOGIYASI

Ushbu tadqiqotda Koshi - Bunyakovskiy - Shvars integral tengsizligining nazariy asoslari va uning qo'llanilishi sohalari tahlil qilindi. Tadqiqot quyidagi usullar orqali amalga oshirildi:

1. Nazariy tahlil usuli - integral tengsizlik tushunchasi, Koshi, Bunyakovskiy va Shvarsning ishlanmalari o'rganildi, ularning matematik asoslari taqqoslandi.

2. Ta'rif va isbot usuli - integral tengsizlikning klassik va umumiy hollari uchun isbotlar qayta ko'rib chiqildi va muallif tomonidan izohlandi.

3. Ta'rifiy-tahliliy usul - integral tengsizlikning funksional tahlil, metrik fazolar va ehtimolliklar nazariyasidagi qo'llanilishiga doir misollar asosida ko'rsatildi.

4. Taqqoslash usuli - Koshi-Bunyakovskiy-Shvars tengsizligi boshqa integral tengsizlik (masalan, Minkovskiy tengsizligi) bilan taqqoslandi.

TAHLIL VA NATIJALAR

Agar $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalar aniq bir $[a, b]$ - kesmada uzluksiz bo'lib, kvadratik integrallanadigan

funksiyalar bo'lsa (ya'ni $\int_a^b f^2(x)dx < \infty$, $\int_a^b g^2(x)dx < \infty$) u holda ushbu tengsizlik o'rinli bo'ladi.

$$\left(\int_a^b f(x) \cdot g(x) dx \right)^2 \leq \left(\int_a^b f^2(x) dx \right) \cdot \left(\int_a^b g^2(x) dx \right)$$

Isbot. Har qanday haqiqiy λ son uchun quyidagi tengsizlik o'rinli bo'ladi.

$$(f(x) - \lambda g(x))^2 \geq 0, \quad x \in [a, b]$$

bundan

$$\int_a^b (f(x) - \lambda g(x))^2 dx \geq 0,$$

ya'ni

$$\int_a^b (f^2(x) - 2\lambda f(x)g(x) + \lambda^2 g^2(x)) dx \geq 0$$

yoki

$$\lambda^2 \left(\int_a^b g^2(x) dx \right) - 2\lambda \left(\int_a^b f(x)g(x) dx \right) + \int_a^b f^2(x) dx \geq 0$$

Bu tengsizlikni chap qismi λ ga nisbatan kvadrat uch had, bu tengsizlik faqat nomanfiy qiymatlarni qabul qiladi. Shuning uchun uning diskriminanti noldan katta bo'lolmaydi, ya'ni

$$\left(2 \int_a^b f(x)g(x)dx\right)^2 - 4 \cdot \left(\int_a^b f^2(x)dx\right) \cdot \left(\int_a^b g^2(x)dx\right) \leq 0$$

bundan

$$\left(2 \int_a^b f(x)g(x)dx\right)^2 \leq \left(\int_a^b f^2(x)dx\right) \cdot \left(\int_a^b g^2(x)dx\right)$$

tengsizlik isbot bo'ldi.

Bu tyengsizlik, oddiy Koshi - Bunyakovskiy tengsizligining integral shakli bo'lib, funksiyalar orasida o'rtacha o'zaro ta'sir chegarasini belgilaydi.

Tyenglik sharti faqat $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalar proporsional bo'lganda, ya'ni

$$f(x) = \lambda g(x), \quad \lambda = \text{const}$$

bajariladi.

Bu tyengsizlik vektorlar, funksiyalar va statistik ma'lumotlar orasidagi bog'lanishlarni baholashda asosiy vosita hisoblanadi.

Ko'p hollarda signallar funksiyalar sifatida qaraladi va ularning o'xshashligi

$$\int |f(x)|^2 dx \text{ orqali baholanadi.}$$

Koshi - Bunyakovskiy - Shvars tyengsizligi orqali ikki signal orasidagi korrelyasiya baholanadi. Koshi – Bunyakovskiy – Shvars tyengsizligi vektorlar orasidagi burchak orqali o'xshashlikni baholashda va ekstremal masalalarni yechishda qo'llaniladi:

$$\cos \theta = \frac{\overline{a \cdot b}}{|\overline{a}| \cdot |\overline{b}|} \leq 1$$

Bu formula klasterlash kabi sohalarida juda muhim. Statistika va ehtimolliklar nazariyasida kovaratsiya va dispersiya orasidagi bog'lanish tahlil qilinadi.

$$|\text{cov}(x, y)| \leq \sqrt{\text{var}(x)} \cdot \sqrt{\text{var}(y)}$$

Bu esa korrelyasiya koeffitsiyenti uchun asos bo'ladi:

$$|\rho(x, y)| \leq 1$$

Energetik usullarda (masalan, Furiye qatori, Laplas operatori bilan bog'liq masalalar) asosiy rol o'ynaydi.

Injenerlik va texnik hisoblarda turli masalalar hal qilinadi.

Signal energiyasi yoki quvvatini baholashda, filtrlarning samaradorligini chegaralashda, o'zgarmas baholarni berishda, Lyapunov funksiyalari orqali dinamik tizimlarni tahlil qilishda muhim rol o'ynaydi.

Koshi – Bunyakovskiy - Shvars tyengsizligining turli sohalaridagi aniq, amaliyotdagi misollarni ko'rib chiqamiz.

Signallarni qayta ishlash – audio signallarga doir.

1-misol. Ayol va erkak ovozi tanish uchun ularning audio signallari $f(x)$ va $g(x)$ sifatida berilgan. Biz ular o'xshash yoki farq qilishni korrelyasiya orqali tekshiramiz.

$$\text{Корреляция} = \int_0^T f(t)g(t)dt$$

$$\left| \int_0^T f(t)g(t)dt \right| \leq \sqrt{\int_0^T f^2(t)dt} \cdot \sqrt{\int_0^T g^2(t)dt}$$

bu yerda $\int_0^T f^2(t)dt$ – $f(t)$ signalning energiyasi.



$$\int g^2(t)dt - g(t)$$

signalning energiyasi. Ular orasidagi korrelyatsiya hech qachon ikkisining energiya ko'paytmasidan katta bo'lmaydi. Bu cheklov – mashinalarga ovoz signallarini taqqoslashda ham qo'l keladi.

2-misol. Ayol va erkak ish haqining o'zaro bog'liqligi kovaratsiya bilan baholanadi.

$$|\text{cov}(x, y)| \leq \sqrt{\text{var}(x)} \cdot \sqrt{\text{var}(y)}$$

agar x – ayollar ish haqi

u – erkaklar ish haqi bo'lsa, u holda bu formula ularning kovaratsiyasi qanchalik katta bo'lsa ham, ularning dispersiyalari orqali chegaralanishini ko'rsatadi.

$$f(x) = \sin x, g(x) = \cos x, x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

3-misol. bo'lsa, Koshi – Bunyakovskiy – Shvars tengsizligini funksiyalar orasida matematik tahlil orqali tasdiqlaymiz.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx = -\frac{1}{4} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{4}(-1) + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2x}{2} dx = \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$$

$$\left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x dx \right)^2 \leq \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$$

$$\left(\frac{1}{2} \right)^2 \leq \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\pi}{4}, \quad \frac{1}{4} \leq \frac{\pi^2}{16}$$

tengsizlik tasdiqlandi.

Injenerlik – mexanikada kuch va harakatga doir misol

4-misol. $\vec{F} = [10; 0]$ (Nyuton) kuch vektori

$\vec{d} = [\cos 60^\circ, \sin 60^\circ]$ yo'nalish vektori mexanik ishning chegaralanganligini ko'ramiz.

$$W = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cos \theta \leq |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| = 10 \cdot \cos 60^\circ + 0 \cdot \sin 60^\circ = 5$$

Iqtisodiyotda Koshi – Bunyakovskiy – Shvars tengsizligi juda foydali vosita hisoblanadi, ayniqsa: statistik tahlil, korrelyatsiya, tavsifiy tahlil, resurs taqsimoti va optimallashtirishda, prognozlash modellarida.

5-misol. Iste'mol va daromad orasidagi tahlilga doir misol.

$\tilde{N}_i$ - fuqorolarning oylik iste'mol xarajatlari

I_i - fuqorolarning oylik daromadlari.

Bu ma'lumotlar bo'yicha korrelyatsiyani baholash.

$$\sum_{i=1}^n C_i I_i \leq \sqrt{\sum_{i=1}^n C_i^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n I_i^2}$$

Demak, har bir shaxsning daromadi va sarf xarajati orasidagi bog'lanish umumiy iqtisodiy barqarorlikni ko'rsatadi.



Tengsizlik – iste'mol strukturasi tahlilida chegaralarni belgilab beradi.

Qisqa muddatli investisiya va daromad orasidagi bog'lanishga doir misol.

Firma qilgan mablag' - $I(t)$ va uning natijasida olgan daromadi - $R(t)$ bo'lsin.
U holda umumiy daromad

$$\int_0^T I(t) \cdot R(t) dt$$

Ekstremumga oid masalalarni yechishga tadbiri

6-misol. Funksiyani minimal qiymatini topishga doir.

Agar cheklangan resurs quyidagicha bo'lsa, ya'ni

$$\int_0^1 y(x) \cdot \varphi(x) dx = C$$

$$J(y) = \int_0^1 (y(x))^2 dx \rightarrow \min$$

bunda $\varphi(x)$ berilgan funksiya, $\tilde{N} \in R$.

Yechish. Koshi – Bunyakovskiy – Shvars tengsizligini qo'llaymiz.

$$\left(\int_0^1 y(x) \varphi(x) dx \right)^2 \leq \left(\int_0^1 y^2(x) dx \right) \cdot \left(\int_0^1 \varphi^2(x) dx \right)$$

tengsizlikning chap qismiga C^2 ni $\int_0^1 (y(x))^2 dx$ ni o'rniga $J(y)$ ni qo'yamiz.

$$C^2 \leq J(y) \int_0^1 \varphi^2(x) dx \Rightarrow J(y) \geq \frac{C^2}{\int_0^1 \varphi^2(x) dx}$$

Demak, funksiyaning minimal qiymati

$$J(y)_{\min} = \frac{C^2}{\int_0^1 \varphi^2(x) dx}$$

Masalani talqin qilamiz.

$y(x)$ - resurs taqsimoti

$\varphi(x)$ - resursdan foydalanish samaradorligi

$\tilde{N}$ - umumiy samara (daromad)

$$\int_0^1 y(x) \sin x dx = 1$$

7-misol. bo'lganda

$$J(y) = \int_0^1 y^2(x) dx \rightarrow \min$$

Bu tipik ekstremum masalasi bo'lib, ma'lum funksiya $\sin x$ bilan bog'liq resurs samarasi berilgan. Biz $y(x)$ ni shunday tanlashimiz kerakmi, energiya

$\left(\int_0^1 y^2(x) dx \right)$ minimal bo'lsin, lekin samaradorlik doim 1 ga teng bo'lib qolsin.



$$\left(\int_0^1 y^2(x) \sin x dx \right)^2 \leq \left(\int_0^1 y^2(x) dx \right) \cdot \left(\int_0^1 \sin^2 x dx \right)$$

Yechish.

tengsizlikni chap qismi 1 ga teng, o'ng

qismi $J(y) \cdot \int_0^1 \sin^2 x dx$

$J(y)$ ni baholaymiz.

$$\int_0^1 \sin^2 x dx = \frac{1}{2} \int_0^1 (1 - \cos 2x) dx = \frac{1}{2} - \frac{\sin 2}{4} \approx 0,4597$$

$$J(y) \geq \frac{1}{\int_0^1 \sin^2 x dx} \approx \frac{1}{0,4597} \approx 2,175$$

Demak, funksiyaning minimal qiymati taxminan 2,175 dan kam bo'lmaydi.

Bu minimal qiymatga $y(x) = \lambda \sin x$ tenglik bajarilganda erishadi.

$$\int_0^1 y(x) \sin x dx = \lambda \int_0^1 \sin^2 x dx = 1 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{\int_0^1 \sin^2 x dx}$$

$$\lambda = 2,175, \quad y(x) = \frac{1}{\int_0^1 \sin^2 x dx} \cdot \sin x = 2,175 \sin x$$

Demak, funksiyaning minimal qiymati

$$J(y) \int_0^1 y^2(x) dx = 2,175$$

Iqtisodiy ma'nosi: $y(x)$ - vaqtga bog'liq bo'lgan resurs taqsimoti $\sin x$ - resurs samaradorligi bo'lsa, u holda bu masala samaradorlik 1 bo'lganda resurs iste'molining eng kam miqdorini aniqlaydi.

XULOSA VA TAKLIFLAR

Koshi – Bunyakovskiy – Shvars integral tengsizligi matematikaning funksional tahlil, ehtimolliklar nazariyasi, statistika, iqtisodiyot va texnika sohalarida muhim o'rin tutadigan universal qonuniyatlardan biridir. Ushbu maqolada ushbu tengsizlikning nazariy asoslari, uning isboti va amaliyotdagi qo'llanilish imkoniyatlari har tomonlama tahlil qilindi.

Tadqiqot natijalari shundan dalolat beradiki, KBSH tengsizligi funksiyalar, vektorlar va tasodifiy kattaliklar o'rtasidagi o'zaro bog'lanishni baholashda eng ishonchli va asosli instrument hisoblanadi. Ayniqsa, signallarni qayta ishlash, korrelyasiya koeffitsiyentini aniqlash, kovariatsiya va dispersiya o'rtasidagi chegaralarni belgilashda, resurs taqsimoti va optimallashtirish modellarini qurishda bu tengsizlik muhim rol o'ynaydi.

Maqolada keltirilgan misollar KBSH tengsizligining iqtisodiy jarayonlarda, xususan fuqarolar iste'mol xarajatlari va daromadlari o'rtasidagi bog'lanishni baholashda, investisiya-daromad munosabatlarini tahlil etishda, resurs samaradorligini minimallashtirish yoki maksimallashtirish bilan bog'liq ekstremal masalalarni yechishda samarali qo'llanilishini ko'rsatib berdi.

Shu bilan birga, mexanika, energiya, signallar ishlovi, prognozlash modellari kabi sohalarida ham KBSH tengsizligining amaliyotdagi ahamiyati yuqori ekanligi isbotlandi. Tadqiqotdan olingan xulosalar ushbu tengsizlik iqtisodiy jarayonlarni matematik modellashtirishda ishonchli chegaraviy baholarni berishga yordam berishi, murakkab iqtisodiy tizimlarni tahlil qilishda metodologik asos sifatida xizmat qila olishini ko'rsatdi.

Umuman olganda, Koshi – Bunyakovskiy – Shvars integral tengsizligi iqtisodiyotdagi omillar o'rtasidagi bog'liqlikni aniq, matematik jihatdan asosli baholash imkonini beruvchi kuchli analitik vosita bo'lib, amaliyotda ham, nazariyada ham o'z ahamiyatini yo'qotmaydigan fundamental tengsizliklardan biri hisoblanadi.

**Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati**

1. Wigren T. (2015). The Cauchy – Schwarz inequality. University, Department of mathematics.
2. Steele J.M. (2004). Cauchy – Schwarz master class: An Introduction to the Art of mathematical Inequalities. Mathematical association of America, Washington, D.C.
3. Dragomir S.S. (2010). Refinements of the Cauchy – Bunyakovsky – Schwarz Inequality, Linear and Multilinear Algebra, Vol. 58, No 3, 271-284. DoI.
4. Montazeri, S. (2023). New refinements of the Cauchy – Bunyakovsky inequality. Journal of Inequalities AND Applications, Article ID.
5. Minculete, N. (2021). About the Cauchy-Bunyakovsky-schwarz Inequality for Hilbert space operators. Symmetry, 13(2), 305. DOI: 10.3390/sym 13020305.
6. Abdullayev A. (2021). Funksional tahlil va tengsizliklar nazariyasi. – Toshkent: TATU

muhandislik **& iqtisodiyot**

ijtimoiy-iqtisodiy, innovatsion texnik,
fan va ta'limga oid ilmiy-amaliy jurnal

Ingliz tili muharriri: Feruz Hakimov

Musahhih: Zokir Alibekov

Sahifalovchi va dizayner: Iskandar Islomov

2025. № 12

© Materiallar ko'chirib bosilganda "Muhandislik va iqtisodiyot" jurnali manba sifatida ko'rsatilishi shart. Jurnalda bosilgan material va reklamalardagi dalillarning aniqligiga mualliflar ma'sul. Tahririyat fikri har vaqt ham mualliflar fikriga mos kelamasligi mumkin. Tahririyatga yuborilgan materiallar qaytarilmaydi.

"Muhandislik va iqtisodiyot" jurnali 26.06.2023-yildan
O'zbekiston Respublikasi Prezidenti Adminstratsiyasi huzuridagi
Axborot va ommaviy kommunikatsiyalar agentligi tomonidan
№S-5669245 reyestr raqami tartibi bo'yicha ro'yxatdan o'tkazilgan.
Litsenziya raqami: №095310.

**Manzilimiz: Toshkent shahri Yunusobod
tumani 15-mavze 19-uy**





+998 93 718 40 07



<https://muhandislik-iqtisodiyot.uz/index.php/journal>



t.me/yait_2100